حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (1)

الترم الثانى



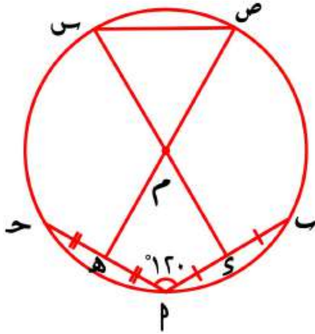




أولاً : الأسئلة المقالية

★ أولاً : الدائرة :

١ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران في الدائرة م يحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° ، ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ على الترتيب ، رسم $\overleftarrow{ءم}$ ، $\overleftarrow{هـم}$ فقطعا الدائرة في س ، ص على الترتيب

أثبت أن : Δ س ص م متساوي الأضلاع

البرهان :

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠ م ء أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف $\overline{أحـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أحـ}$ ∴ ق(∠ م هـ أ) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

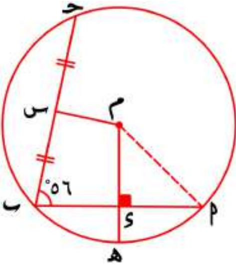
∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ س م ص) = ٦٠° **بالتقابل بالرأس** ، ∵ م س = م ص **(أنصاف أقطار)**

∴ Δ م س ص **متساوي الأضلاع**

---

٢ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ وتران في الدائرة م التي طول نصف قطرها ٥ سم ، $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ، ق(∠ ب) = ٥٦° ، س منتصف $\overline{بحـ}$ ، أ ب = ٨ سم

أوجد : ① ق(∠ ء م س) ② طول $\overline{ءهـ}$

البرهان :

∵ س منتصف $\overline{بحـ}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{بحـ}$ ∴ ق(∠ م س ب) = ٩٠°

∵ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠ م ء ب) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

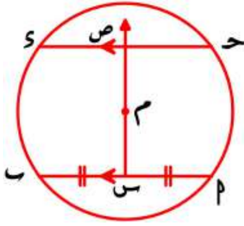
∴ ق(∠ ء م س) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°) = ١٢٤°

نرسم $\overline{مأ}$ ∵ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ أ ء = ٤ سم

∵ Δ أ م ء قائم الزاوية في ء

∴ م ء = $\sqrt{(٥)^٢ - (٤)^٢}$ = ٣ سم ∴ ء هـ = ٥ − ٣ = ٢ سم

❸ في الشكل المقابل :



م دائرة ، $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$ ، س منتصف $\overline{أب}$

، رسم $\overleftarrow{س م}$ فقطع $\overline{حـ ء}$ في ص

أثبت أن : ص منتصف $\overline{حـ ء}$

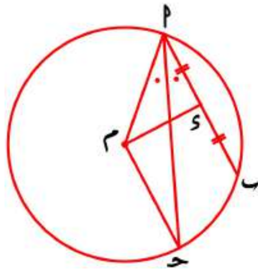
البرهان :

∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م س} \perp \overline{أب}$

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$ ∴ $\overline{م ص} \perp \overline{حـ ء}$ ∴ ص منتصف $\overline{حـ ء}$

---

❹ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ، $\overleftarrow{أحـ}$ ينصف (∠ ب أ م)

ويقطع الدائرة م في حـ ، إذا كان ء منتصف $\overline{أب}$

أثبت أن : $\overline{ء م} \perp \overline{م حـ}$

البرهان :

∵ م أ = م حـ = نق ∴ ق(∠ م أ حـ) = ق(∠ حـ) ❶

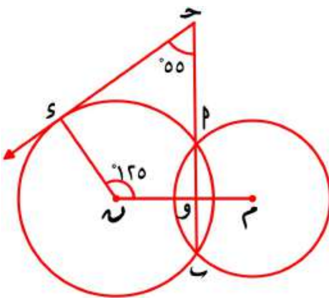
∵ $\overleftarrow{أحـ}$ ينصف (∠ ب أ م) ∴ ق(∠ م أ حـ) = ق(∠ ب أ حـ) ❷

من ❶ ، ❷ : ∴ ق(∠ ب أ حـ) = ق(∠ حـ) وهما في وضع التبادل ∴ $\overline{أب}$ // $\overline{م حـ}$

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م ء} \perp \overline{أب}$ ∴ $\overline{ء م} \perp \overline{م حـ}$

---

❺ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، حـ ∈ $\overleftarrow{أب}$

، ء ∈ الدائرة ن ، ق(∠ م ن ء) = ١٢٥°

، ق(∠ ب حـ ء) = ٥٥°

أثبت أن : $\overleftarrow{حـ ء}$ مماساً للدائرة ن عند ء

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{م ن}$ خط المركزين ، $\overline{أب}$ الوتر المشترك

∴ $\overleftrightarrow{م ن} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠ أ و ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

∴ ق(∠ ء) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٥٥° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ $\overline{ن ء} \perp \overleftarrow{حـ ء}$ ∴ $\overleftarrow{حـ ء}$ مماساً للدائرة ن عند ء

٦ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ

، م أ = ٨ سم ، ق(∠أ ب م) = ٣٠°

أوجد : طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ   ∴ $\overline{مأ} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠م أ ب) = ٩٠°

∵ ق(∠أ ب م) = ٣٠°   ∴ م ب = ٢ م أ = ١٦ سم

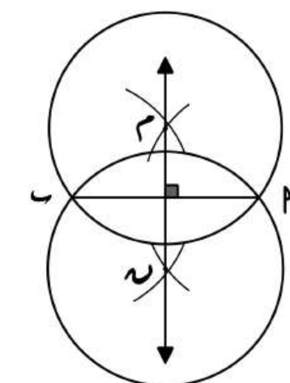
∴ أ ب = $\sqrt{(١٦)^٢ - (٨)^٢}$ = **٨ $\sqrt{٣}$ سم**   ∴ أ حـ = $\frac{٨ \times ٨ \sqrt{٣}}{١٦}$ = **٤ $\sqrt{٣}$ سم**

---

٧ باستخدام الأدوات الهندسية : ارسم $\overline{أب}$ طولها ٤ سم

ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم

كم عدد الحلول الممكنة ؟ (لا تمح الأقواس)



الحل :

عدد الحلول الممكنة <u>٢</u>

---

٨ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

فيه ق(∠ب) = ق(∠حـ) ، س منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{مص} \perp \overline{أحـ}$ **أثبت أن :** م س = م ص



البرهان :

∵ ق(∠ب) = ق(∠حـ)   ∴ أ ب = أ حـ

∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$

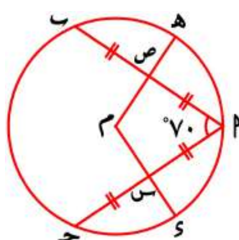
∵ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أحـ}$ ، أ ب = أ حـ (أوتار)   ∴ **م س = م ص** (أبعاد)

---

٩ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، ص منتصف $\overline{أب}$ ، س منتصف $\overline{أحـ}$



① **أوجد :** ق(∠د م هـ)   ② **أثبت أن :** س د = ص هـ

البرهان :

∵ س منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ∴ ق(∠ أ س م) = ٩٠°

∵ ص منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{م ص} \perp \overline{أ حـ}$ ∴ ق(∠ أ ص م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠°

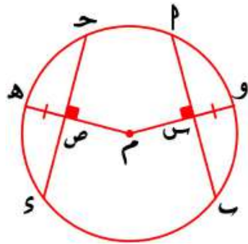
∴ ق(∠ ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°) = ١١٠°

∵ أ ب = أ حـ (أوتار) ∴ م س = م ص (أبعاد) ، ∵ م ء = م هـ = نق

∴ س ء = ص هـ

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{حـ ء}$ ، هـ س = ص و

أثبت أن : أ ب = حـ ء

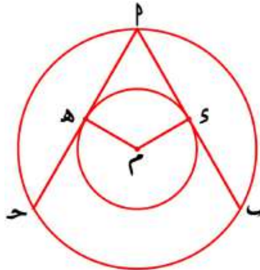
البرهان :

∵ هـ س = ص و ، م هـ = م و **(أنصاف أقطار)**

∴ م س = م ص (أبعاد) ∵ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص} \perp \overline{حـ ء}$ ∴ أ ب = حـ ء (أوتار)

---

١١ في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران في الدائرة الكبرى يمسان الدائرة الصغرى في ء ، هـ

أثبت أن : أ ب = أ حـ

البرهان :

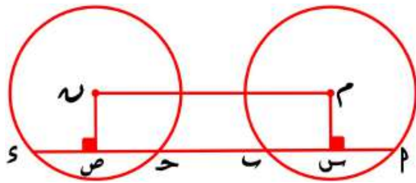
∵ **في الدائرة الصغرى :** $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة عند ء ∴ $\overline{م ء} \perp \overline{أ ب}$ ❶

∵ **في الدائرة الكبرى :** $\overline{أ حـ}$ مماس للدائرة عند هـ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ حـ}$ ❷

∵ م ء = م هـ (أنصاف أقطار) ❸ **من ❶ ، ❷ ، ❸ ينتج أن :** أ ب = أ حـ

---

١٢ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متطابقتان ، أ ب = حـ ء

$\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{حـ ء}$

أثبت أن : الشكل م س ص ن مستطيل

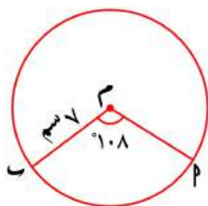
البرهان :

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أ ب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{حـ ء}$ ، أ ب = حـ ء (أوتار)

∴ م س = ن ص (أبعاد) ، $\overline{م س}$ // $\overline{ن ص}$ ∴ الشكل م س ص ن متوازي أضلاع

∵ ق(∠ م س ص) = ٩٠° ∴ الشكل م س ص ن مستطيل

★ ثانيًا : الزوايا والأقواس في الدائرة :



١٣ في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٧سم ، ق(∠ أ م ب) = ١٠٨°

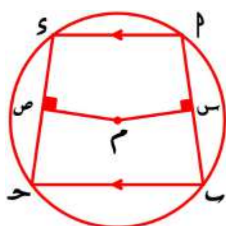
أوجد : طول (⌢أ ب)   (π ≃ $\frac{22}{7}$)

البرهان :

∵ ق(∠ أ م ب) = ١٠٨°   ∴ ق(⌢أ ب) = ق(∠ أ م ب) المركزية = ١٠٨°

∵ نق = ٧سم   ∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{22}{7}$ × ٧ = ٤٤سم

∵ $\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$ = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ ∴ طول (⌢أ ب) = $\frac{44 \times 108}{360}$ = ١٣,٢ سم



١٤ في الشكل المقابل :

دائرة م ، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

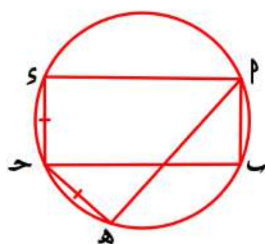
، $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{ء حـ}$

أثبت أن : م س = م ص

البرهان :

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ ق(⌢أ ب) = ق(⌢ء حـ)   ∴ أ ب = ء حـ (أوتار)

∵ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{ء حـ}$ ∴ م س = م ص (أبعاد)



١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

،رسم الوتر $\overline{حـ هـ}$ بحيث حـ هـ = حـ ء

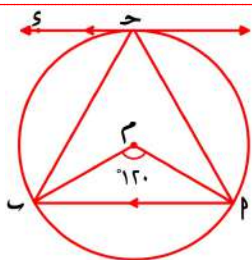
أثبت أن : أ هـ = ب حـ

البرهان :

∵ أ ب حـ ء مستطيل   ∴ أ ب = ء حـ   ∵ حـ هـ = حـ ء

∴ أ ب = حـ هـ   ∴ ق(⌢أ ب) = ق(⌢حـ هـ) بإضافة ق(⌢ب هـ) للطرفين :

∴ ق(⌢أ ب هـ) = ق(⌢ب هـ حـ)   ∴ أ هـ = ب حـ



١٦ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ء حـ}$ مماس للدائرة عند حـ ، $\overleftrightarrow{ء حـ}$ // $\overline{أ ب}$

، ق(∠ أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع

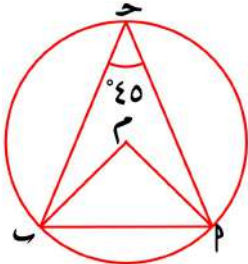
البرهان : ∵ ق(∠ أ م ب) = ١٢٠°

∴ ق(∠ أ حـ ب) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م ب) المركزية = ٦٠° ← ❶

∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق($\overset{\frown}{\text{حـ أ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{حـ ب}}$) ∴ حـ أ = حـ ب ← ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : Δ أ ب حـ متساوي الأضلاع

⓱ **في الشكل المقابل :**



م دائرة ، أ ب حـ مثلث ، ق(∠ أ حـ ب) = ٤٥°

أوجد بالبرهان : ق(∠ م أ ب)

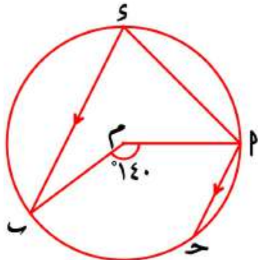
البرهان :

∵ ق(∠ أ حـ ب) = ٤٥°

∴ ق(∠ أ م ب) المركزية = ٢ ق(∠ أ حـ ب) المحيطية = ٩٠° (يشتركان في $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)

∵ م أ = م ب **(أنصاف أقطار)** ∴ ق(∠ م أ ب) = $\frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢}$ = ٤٥°

⓲ **في الشكل المقابل :**



م دائرة ، $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{ء ب}}$ ، ق(∠ أ م ب) = ١٤٠°

أوجد بالبرهان : ق(∠ حـ أ ء)

البرهان :

∵ ق(∠ أ م ب) = ١٤٠°

∴ ق(∠ أ ء ب) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م ب) المركزية = ٧٠° (يشتركان في $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)

∵ $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{ء ب}}$ ∴ ق(∠ حـ أ ء) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠° **بالتداخل**

⓳ **في الشكل المقابل :**



، ق(∠ ء هـ ب) = ١١٠° ، ق($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ١٠٠°

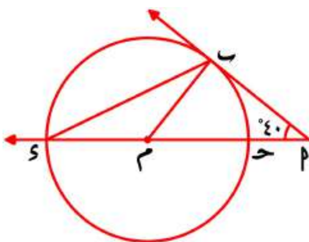
أوجد : ق(∠ ء حـ ب)

البرهان :

∵ ق($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ١٠٠° ∴ ق(∠ أ ب حـ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ٥٠°

∵ (∠ ء هـ ب) خارجة عن Δ هـ حـ ب ∴ ق(∠ ء حـ ب) = ١١٠° - ٥٠° = ٦٠°

⓴ **في الشكل المقابل :**



أ نقطة خارج الدائرة م ، $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند ب

، $\overleftarrow{\text{أ م}}$ قطع الدائرة م في حـ ، ء على الترتيب

، ق(∠ أ) = ٤٠° **أوجد :** ق(∠ ب ء حـ) ، ق($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)

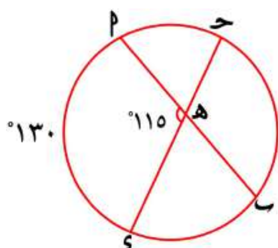
البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند ب ∴ $\overline{مب} \perp \overleftrightarrow{أب}$ ∴ ق(∠أب م) = ٩٠°

∴ Δ أ م ب : ق(∠ب م أ) = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∴ ق(∠ب ء حـ) المحيطية = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ب م حـ) المركزية = ٢٥°

∴ ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق(∠ب م حـ) المركزية = ٥٠°



٢١ في الشكل المقابل :

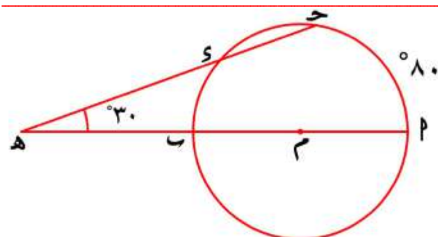
$\overline{أب} \cap \overline{حـ ء}$ = {هـ} ، ق(∠أ هـ ء) = ١١٥°

، ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ١٣٠° **أوجد بالبرهان :** ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)

البرهان :

∵ ق(∠أ هـ ء) = $\frac{ق(\overset{\frown}{ب حـ}) + ق(\overset{\frown}{أ ء})}{٢}$ ∴ ١١٥° = $\frac{ق(\overset{\frown}{ب حـ}) + ١٣٠°}{٢}$

∴ ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) + ١٣٠° = ٢٣٠° ∴ ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ٢٣٠° - ١٣٠° = ١٠٠°



٢٢ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م

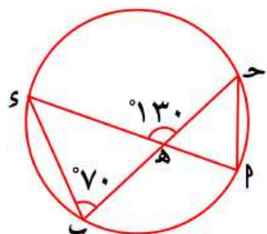
أوجد : ق($\overset{\frown}{حـ ء}$)

البرهان :

∵ ق(∠هـ) = $\frac{ق(\overset{\frown}{أ حـ}) - ق(\overset{\frown}{ء ب})}{٢}$ ∴ ٣٠° = $\frac{٨٠° - ق(\overset{\frown}{ء ب})}{٢}$

∴ ٨٠° - ق($\overset{\frown}{ء ب}$) = ٦٠° ∴ ق($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٢٠°

∵ $\overline{أب}$ قطر دائرة م ∴ ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) = ١٨٠° - (٨٠° + ٢٠°) = ٨٠°



٢٣ في الشكل المقابل :

ق(∠حـ ب ء) = ٧٠° ، ق(∠حـ هـ ء) = ١٣٠°

أوجد : ق(∠أ حـ ب)

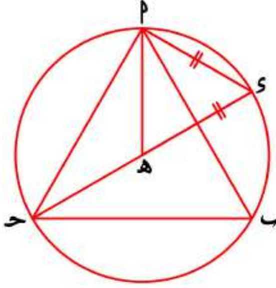
البرهان :

∵ ق(∠حـ ب ء) = ٧٠°

∴ ق(∠حـ أ ء) المحيطية = ق(∠حـ ب ء) المحيطية = ٧٠°

∵ (∠حـ هـ ء) خارجة عن Δ أ حـ هـ ∴ ق(∠أ حـ ب) = ١٣٠° - ٧٠° = ٦٠°

(٢٤) في الشكل المقابل :



$\triangle$ أ ب جـ متساوي الأضلاع ، أ ء = ء هـ

أثبت أن : $\triangle$ أ ء هـ متساوي الأضلاع

البرهان :

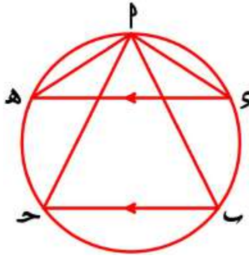
$\because$ $\triangle$ أ ب جـ متساوي الأضلاع $\therefore$ ق(∠ ب) = ٦٠°

$\therefore$ ق(∠ أ ء جـ) المحيطية = ق(∠ أ ب جـ) المحيطية = ٦٠°

$\because$ أ ء = ء هـ $\therefore$ $\triangle$ أ ء هـ متساوي الأضلاع

---

(٢٥) في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل الدائرة ، $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

أثبت أن : ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ ب أ هـ)

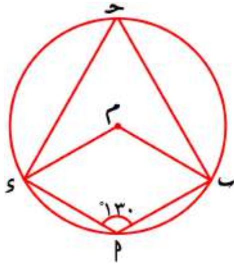
البرهان : $\because$ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ $\therefore$ ق($\overset{\frown}{ء ب}$) = ق($\overset{\frown}{هـ جـ}$)

$\therefore$ ق(∠ ء أ ب) المحيطية = ق(∠ جـ أ هـ) المحيطية

بإضافة ق(∠ ب أ جـ) للطرفين : $\therefore$ ق(∠ ء أ جـ) = ق(∠ ب أ هـ)

★ ثالثا : الشكل الرباعي الدائري :

(٢٦) في الشكل المقابل :



ق(∠ ب أ ء) = ١٣٠°   **أوجد :** ق(∠ ب م ء)

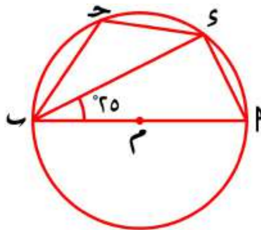
البرهان : $\because$ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

$\therefore$ ق(∠ جـ) = ١٨٠° - ١٣٠° = ٥٠°

$\therefore$ ق(∠ ب م ء) المركزية = ٢ ق(∠ ب جـ ء) المحيطية = ١٠٠°

---

(٢٧) في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ أ ب ء) = ٢٥°

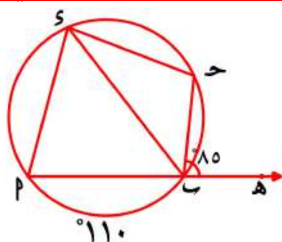
أوجد : ق(∠ جـ)

البرهان :

$\because$ $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م $\therefore$ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

$\therefore$ $\triangle$ أ ء ب : ق(∠ ء أ ب) = ١٨٠° - (٩٠° + ٢٥°) = ٦٥°

$\because$ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري $\therefore$ ق(∠ جـ) = ١٨٠° - ٦٥° = ١١٥°



٢٨ في الشكل المقابل :

هـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ ، هـ ∉ $\overline{أب}$ ، ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠°

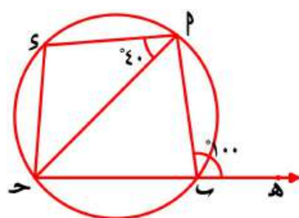
، ق(∠ حـ ب هـ) = ٨٥° **أوجد :** ق(∠ ب ء حـ)

البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ حـ ب هـ) الخارجة = ق(∠ حـ ء أ) المقابلة للمجاورة لها = ٨٥°

∵ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠° ∴ ق(∠ ب ء أ) المحيطية = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ٥٥°

∴ ق(∠ ب ء حـ) = ٨٥° - ٥٥° = ٣٠°



٢٩ في الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب هـ) = ١٠٠° ، ق(∠ حـ أ ء) = ٤٠°

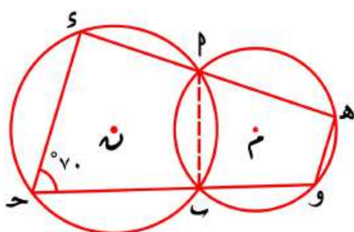
أثبت أن : ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) = ق($\overset{\frown}{أ ء}$)

البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ أ ب هـ) الخارجة = ق(∠ ء) المقابلة للمجاورة لها = ١٠٠°

∴ Δ أ ء حـ : ق(∠ أ حـ ء) = ١٨٠° - (١٠٠° + ٤٠°) = ٤٠°

∴ ق(∠ حـ أ ء) = ق(∠ أ حـ ء) = ٤٠° ∴ ق($\overset{\frown}{حـ ء}$) = ق($\overset{\frown}{أ ء}$)



٣٠ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

رسم $\overleftrightarrow{أء}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ يقطعان الدائرة ن في ء ، حـ

الدائرة م في هـ ، و على الترتيب ، ق(∠ ب حـ ء) = ٧٠°

① **أوجد :** ق(∠ و) ② **برهن أن :** $\overline{حـ ء}$ // $\overline{هـ و}$

البرهان : ∵ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ هـ أ ب) الخارجة = ق(∠ حـ) المقابلة للمجاورة لها = ٧٠°

∵ الشكل أ ب و هـ رباعي دائري ∴ ق(∠ و) = ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

∵ ق(∠ و) + ق(∠ حـ) = ١٨٠° وهما في تداخل ∴ $\overline{حـ ء}$ // $\overline{هـ و}$

---

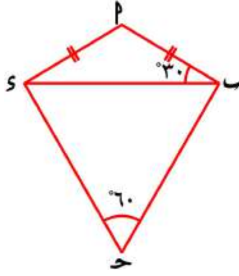
٣١ اذكر حالات يكون فيهما الشكل الرباعي دائرياً.

الحل : ① إذا وجدت زاويتان متقابلتان ومتكاملتان.

② إذا وجدت قياس زاوية خارجة عند أحد رؤوسه = قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

③ إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس ومرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها.

٣٢ في الشكل المقابل :



أ ب = أ ء ، ق(∠ أ ب ء) = ٣٠°

، ق(∠ حـ) = ٦٠°

برهن أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

البرهان :

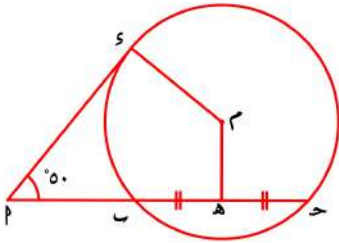
∵ أ ب = أ ء ∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أ ء ب) = ٣٠°

∴ Δ أ ب ء : ق(∠ أ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

∴ ق(∠ أ) + ق(∠ حـ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

٣٣ في الشكل المقابل :



أ ء مماس للدائرة م ، أ حـ يقطع الدائرة في ب ، حـ

، هـ منتصف ب حـ ، ق(∠ أ) = ٥٠°

① **أثبت أن :** الشكل أ هـ م ء رباعي دائري

② **أوجد :** ق(∠ ء م هـ)

البرهان :

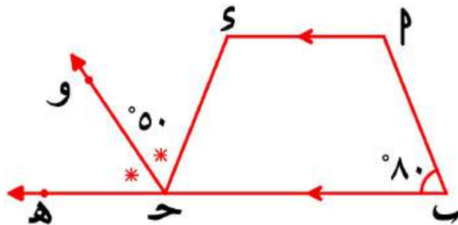
∵ هـ منتصف ب حـ ∴ م هـ ⊥ ب حـ ∴ ق(∠ م هـ ب) = ٩٠°

∵ أ ء مماس للدائرة م عند ء ∴ م ء ⊥ أ ء ∴ ق(∠ م ء أ) = ٩٠°

∵ ق(∠ م هـ ب) + ق(∠ م ء أ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل أ هـ م ء رباعي دائري ∴ ق(∠ ء م هـ) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

٣٤ في الشكل المقابل :



أ ء // ب هـ ، حـ و ينصف (∠ ء حـ هـ)

، ق(∠ ب) = ٨٠° ، ق(∠ ء حـ و) = ٥٠°

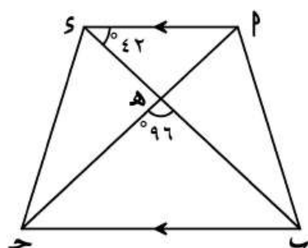
أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري

البرهان : ∵ أ ء // ب هـ ∴ ق(∠ أ) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∵ حـ و ينصف (∠ ء حـ هـ) ∴ ق(∠ ء حـ هـ) = ٥٠° + ٥٠° = ١٠٠°

∴ ق(∠ ء حـ هـ) الخارجة = ق(∠ أ) المقابلة للمجاورة لها = ١٠٠°

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعي دائري



٣٥ في الشكل المقابل :

$\overline{أء} \parallel \overline{بجـ}$ ، ق(∠ أ ء ب) = ٤٢°

، ق(∠ ب هـ جـ) = ٩٦°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

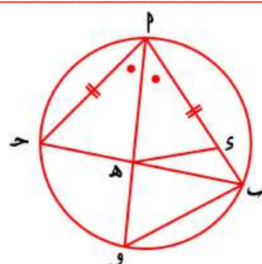
البرهان :

∵ $\overline{أء} \parallel \overline{بجـ}$ ∴ ق(∠ ء ب جـ) = ق(∠ أ ء ب) = ٤٢° **بالتبادل**

∵ Δ هـ ب جـ : ق(∠ هـ جـ ب) = ١٨٠° - (٩٦° + ٤٢°) = ٤٢°

∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ أ جـ ب) = ٤٢° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{أب}$

∴ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري



٣٦ في الشكل المقابل :

أ ء = أ جـ ، $\overleftarrow{أو}$ ينصف (∠ أ)

أثبت أن : الشكل ء ب و هـ رباعي دائري

البرهان : ∵ ΔΔ أ و هـ ، أ و جـ

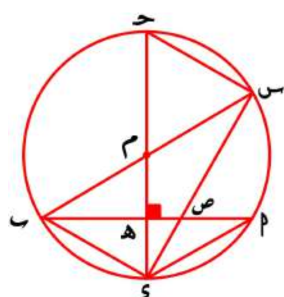
فيهما : أ ء = أ جـ ، ق(∠ هـ أ ء) = ق(∠ هـ أ جـ) ، $\overline{أهـ}$ ضلع مشترك

∴ Δ أ هـ ء ≡ Δ أ هـ جـ وينتج أن : ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ جـ) ❶

∵ ق(∠ أ و ب) المحيطية = ق(∠ أ جـ ب) المحيطية ❷

من ❶ ، ❷ **ينتج أن :** ق(∠ أ ء هـ) الخارجة = ق(∠ و) المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل ء ب و هـ رباعي دائري



٣٧ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{جـء}$ قطر فيها عمودي على $\overline{أب}$

، $\overline{سء} \cap \overline{أب}$ = {ص}

برهن أن : ① الشكل س ص هـ جـ رباعي دائري

② ق(∠ ء ص ب) = ق(∠ ء ب س)

البرهان :

∵ $\overline{جـء}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(∠ جـ س ء) = ٩٠°

∵ $\overline{جـء} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠ جـ هـ أ) = ٩٠°

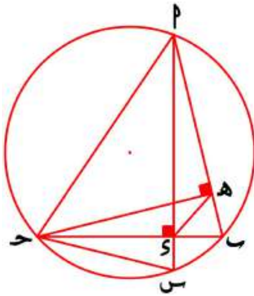
∵ ق(∠ جـ س ء) + ق(∠ جـ هـ أ) = ١٨٠° (وهما زاويتان متقابلتان ومتكاملتان)

∴ الشكل س ص هـ جـ رباعي دائري

∴ ق(∠ ب ص ء) الخارجة = ق(∠ س حـ ء) المقابلة للمجاورة ❶

∵ ق(∠ س حـ ء) المحيطية = ق(∠ س ب ء) المحيطية ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ ء ص ب) = ق(∠ ء ب س)



❸❽ **في الشكل المقابل :**

حـ ﻫ ⊥ ا ب ، ا ء ⊥ ب حـ ويقطع الدائرة في س

برهن أن : ❶ الشكل ا ﻫ ء حـ رباعي دائري

❷ حـ ب ينصف (∠ ﻫ حـ س)

البرهان :

∵ حـ ﻫ ⊥ ا ب ∴ ق(∠ ا ﻫ حـ) = ٩٠°

∵ ا ء ⊥ ب حـ ∴ ق(∠ ا ء حـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ا ﻫ حـ) = ق(∠ا ء حـ) = ٩٠° وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة ا حـ

∴ الشكل ا ﻫ ء حـ رباعي دائري

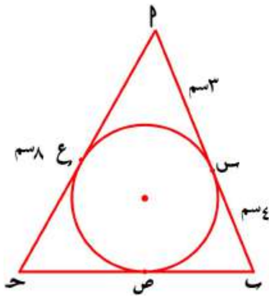
∴ ق(∠ ﻫ ا ء) = ق(∠ ﻫ حـ ء) لأنهما مرسومتان على القاعدة ﻫ ء ❶

∴ ق(∠ ب ا س) المحيطية = ق(∠ ب حـ س) المحيطية ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ ﻫ حـ ء) = ق(∠ ب حـ س)

∴ حـ ب ينصف (∠ ﻫ حـ س)

★ رابعًا : العلاقة بين مماسات الدائرة :



❸❾ **في الشكل المقابل :**

دائرة داخل المثلث ا ب حـ ،وتمس أضلاعه من الداخل

عند س ، ص ، ع ، فإذا كان : ا س = ٣سم

، س ب = ٤سم ، ا حـ = ٨سم **أوجد :** طول ب حـ

البرهان :

∵ ب س ، ب ص قطعتان مماستان ∴ ب س = ب ص = ٤سم

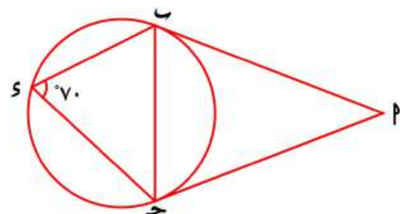
∵ ا س ، ا ع قطعتان مماستان ∴ ا س = ا ع = ٣سم

∵ ا حـ = ٨سم ∴ ع حـ = ٨ - ٣ = ٥سم

∵ حـ ص ، حـ ع قطعتان مماستان ∴ حـ ص = حـ ع = ٥سم

∴ ب حـ = ٤ + ٥ = ٩ سم

٤٠ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠ء) = ٧٠° **أوجد :** ق(∠أ)

البرهان :

∵ ق(∠ء) = ٧٠°

∴ ق(∠أ ب حـ) المماسية = ق(∠ء) المحيطية = ٧٠°

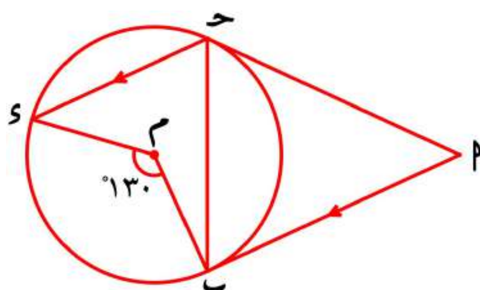
∵ أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ ∴ أب = أحـ

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = ٧٠°

∴ △أ ب حـ : ق(∠أ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

---

٤١ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

، أب // حـء ، ق(∠ب م ء) = ١٣٠°

① **أثبت أن :** حـب ينصف (∠أ حـ ء)

② **أوجد :** ق(∠أ)

البرهان :

∵ ق(∠ب م ء) = ١٣٠°

∴ ق(∠ب حـ ء) المحيطية = $\frac{1}{2}$ق(∠ب م ء) المركزية = ٦٥°

∵ أب // حـء ∴ ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° **بالتبادل**

∵ أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ ∴ أب = أحـ

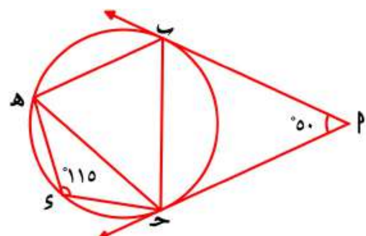
∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = ٦٥°

∴ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠ب حـ ء) = ٦٥° ∴ حـب ينصف (∠أ حـ ء)

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°

---

٤٢ في الشكل المقابل :



أب ، أحـ مماسان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠حـ ء هـ) = ١١٥°

أثبت أن : ① حـب ينصف (∠أ ب هـ) ② حـب = حـ هـ

③ أحـ // ب هـ

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{ا ب}$ ، $\overleftrightarrow{ا حـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، حـ ∴ ا ب = ا حـ

∴ ق(∠ا ب حـ) = ق(∠ا حـ ب) = $\frac{°180 - °50}{2}$ = °65

∴ ق(∠ب هـ حـ) المحيطية = ق(∠ا ب حـ) المماسية = °65 (مشتركتان في $\frown{ب حـ}$)

∵ الشكل ب حـ ء هـ رباعي دائري ∴ ق(∠حـ ب هـ) = °180 − °115 = °65

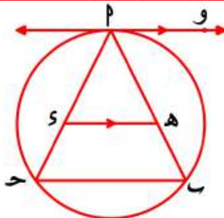
∵ ق(∠ا ب حـ) = ق(∠حـ ب هـ) = °65 ∴ $\overrightarrow{ب حـ}$ ينصف (∠ا ب هـ)

∵ Δ ب حـ هـ فيه : ق(∠حـ ب هـ) = ق(∠حـ هـ ب) = °65 ∴ حـ ب = حـ هـ

∵ ق(∠ا حـ ب) = ق(∠حـ ب هـ) = °65 وهما في وضع التبادل ∴ $\overline{ا حـ}$ // $\overline{ب هـ}$

---

43 في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{ا و}$ مماس للدائرة عند ا ، $\overleftrightarrow{ا و}$ // $\overline{ء هـ}$

برهن أن : الشكل ء هـ ب حـ رباعي دائري

البرهان :

∵ $\overleftrightarrow{ا و}$ // $\overline{ء هـ}$ ∴ ق(∠و ا هـ) = ق(∠ا هـ ء) بالتبادل ❶

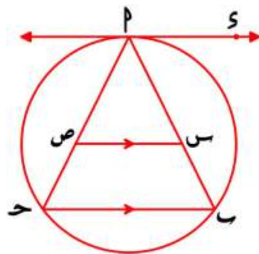
∵ $\overleftrightarrow{ا و}$ مماس للدائرة عند ا ∴ ق(∠و ا ب) المماسية = ق(∠ا حـ ب) المحيطية ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ا هـ ء) الخارجة = ق(∠ا حـ ب) المقابلة للمجاورة

∴ الشكل ء هـ ب حـ رباعي دائري

---

44 في الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة عند ا

، س ∈ $\overline{ا ب}$ ، ص ∈ $\overline{ا حـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن : $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة التي تمر بالنقط ا ، س ، ص

البرهان : ∵ $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة عند ا

∴ ق(∠ء ا ب) المماسية = ق(∠ا حـ ب) المحيطية ❶

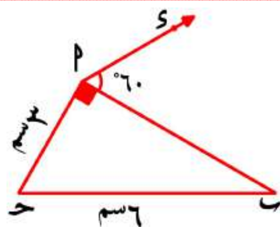
∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ ق(∠ا ص س) = ق(∠ا حـ ب) بالتناظر ❷

من ❶ ، ❷ ينتج أن : ق(∠ء ا س) = ق(∠ا ص س)

∴ $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة المارة التي تمر بالنقط ا ، س ، ص

---

45 في الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث قائم الزاوية عند ا ، ا حـ = 3سم

، ب حـ = 6سم ، ق(∠ء ا ب) = °60

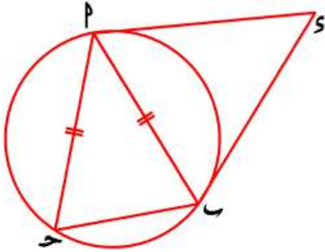
أثبت أن : $\overleftrightarrow{ا ء}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ ا ب حـ

البرهان :

∵ Δ ٢ ب حـ قائم الزاوية في ٢ ، ٢ حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ ق(∠ ب) = ٣٠° ∴ ق(∠ حـ) = ١٨٠° - (٩٠° + ٣٠°) = ٦٠°

∴ ق(∠ ء ٢ ب) = ق(∠ حـ) = ٦٠° ∴ $\overleftrightarrow{٢ ء}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ ٢ ب حـ



٤٦ في الشكل المقابل :

$\overline{ء٢}$ ، $\overline{ء ب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ٢ ، ب

، ٢ ب = ٢ حـ

أثبت أن : $\overline{٢ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث ٢ ب ء

البرهان :

∵ $\overline{ء٢}$ ، $\overline{ء ب}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

∴ ء٢ = ء ب ∴ ق(∠ ء٢ ب) = ق(∠ ء ب ٢) ①

∴ ٢ ب = ٢ حـ ∴ ق(∠ ٢ ب حـ) = ق(∠ ٢ حـ ب) ②

∵ ق(∠ ٢ حـ ب) المماسية = ق(∠ ء٢ ب) المحيطية (يشتركان في $\overset\frown{٢ ب}$) ③

من ① ، ② ، ③ ينتج أن : ق(∠ ٢) = ق(∠ ب ٢ حـ)

∴ $\overline{٢ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ ٢ ب ء

ثانيًا : الأسئلة الاختيار من متعدد

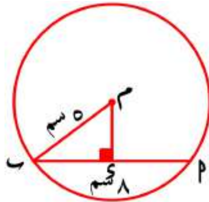
★ أولاً : الدائرة :

① عدد محاور التماثل لأي دائرة هو ....

(٢) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) عدد لا نهائي

---

② **في الشكل المقابل :**



$\overline{٢ ب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{٢ ب}$

، ٢ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم

فإن : م ء = ... سم

(٢) ٥ (ب) ٣ (حـ) ٤ (ء) ٢

---

③ إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧سم ، ٢ نقطة في مستوي الدائرة ،وكان م٢ = ٤ سم

فإن : النقطة ٢ تقع .... الدائرة.

(٢) علي (ب) داخل (حـ) خارج (ء) على مركز

④ إذا كان : المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن : المستقيم ل يكون .... الدائرة

(أ) خارج (ب) قاطع (ج) مماس (د) محور تماثل

⑤ دائرة محيطها ٦ π سم ،والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣سم

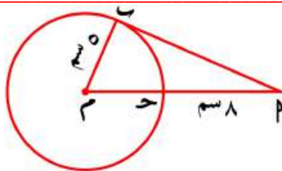
فإن : المستقيم ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة (ب) قاطعًا للدائرة (ج) خارج للدائرة (د) قطرًا للدائرة

⑥ إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة طول قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار..... سم

(أ) ٣ **(ب) ٤** (ج) ٦ (د) ٨

⑦ في الشكل المقابل :



أ ب مماس للدائرة م عند ب ، فإذا كان م ب = ٥سم

، أ حـ = ٨سم فإن : أ ب = ... سم

(أ) ٥ (ب) ١٠ **(ج) ١٢** (د) ١٣

⑧ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على ...... وينصفه.

(أ) القطر (ب) الوتر **(ج) الوتر المشترك** (د) المماس

⑨ محور تماثل للوتر المشترك أ ب لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ......

(أ) م أ (ب) م ب **(ج) م ن** (د) م ن

⑩ إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} فإن : الدائرتين ....

(أ) متباعدتان **(ب) متقاطعتان** (ج) متحدتا المركز (د) متماستان

⑪ دائرتان م ، ن طولاً نصفي قطريهما ٩سم ، ٤سم ،فإذا كان م ن = ٥سم

فإن : الدائرتين تكونان ....

(أ) متماستان من الخارج **(ب) متماستان من الداخل**

(ج) متقاطعتان (د) متباعدتان

⑫ إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ،وطول نصف قطر أحدهما ٣سم

، م ن = ٨سم فإن : طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ١١ (د) ١٦

⑬ م ، ن دائرتان متقاطعتان ، طولاً نصفي قطريهما ٣سم ، ٥سم فإن : م ن ∈ ......

(أ)] ٨ ، ∞ [(ب)] ٢ ، ∞ [(ج)] ٠ ، ٢ [**(د)] ٢ ، ٨ [**

⑭ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

⑮ مراكز الدوائر التي تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعًا على ....

(أ) محور $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أب}$

(ج) العمود المقام على $\overline{أب}$ (د) منتصف $\overline{أب}$

⑯ إذا كانت : $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها ٤ سم

فإن : طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوي .... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

⑰ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط تقع على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

⑱ عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) عدد لا نهائي

⑲ مركز الدائرة الخارجة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) منصفات زواياه الخارجة

(ج) ارتفاعاته (د) محاور تماثل أضلاعه

★ ثانيًا : الزوايا والأقواس في الدائرة :

⑳ قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة يساوي ....

(أ) $180°$ (ب) $90°$ (ج) $120°$ (د) $240°$

㉑ طول القوس الذي يمثل ربع محيط الدائرة يساوي ....

(أ) 4π نق (ب) 2π نق (ج) π نق (د) $\frac{1}{2}\pi$ نق

㉒ قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}\pi$ نق يقابل زاوية مركزية قياسها = ...

(أ) $30°$ (ب) $60°$ (ج) $120°$ (د) $240°$

㉓ قياس الزاوية المحيطية يساوي .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.

(أ) نصف (ب) ضعف (ج) ربع (د) ثلث

㉔ الزاوية المحيطية التي تقابل قوسًا أصغر في الدائرة تكون ....

(أ) منعكسة (ب) منفرجة (ج) قائمة (د) حادة

(٢٥) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٨٠°

(٢٦) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ...

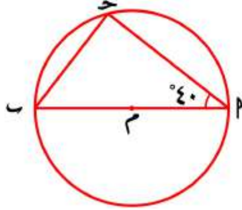
(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٣٥° (د) ١٨٠°

(٢٧) **في الشكل المقابل :** $\overline{أب}$ قطر للدائرة م ، ق(∠أ) = ٤٠°

فإن : ق(∠ب) = ...

(أ) ١٤٠° (ب) ٩٠°

(جـ) ٤٠° (د) ٥٠°



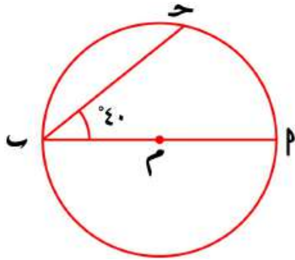
(٢٨) **في الشكل المقابل :**

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠أب جـ) = ٤٠°

فإن : ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ...

(أ) ٨٠° (ب) ١٠٠°

(جـ) ٥٠° (د) ١٤٠°



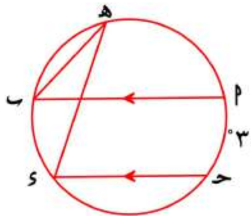
(٢٩) **في الشكل المقابل :**

$\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان

، ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ٣٠° **فإن :** ق(∠ب هـ د) = ...

(أ) ١٥° (ب) ١٠°

(جـ) ٣٠° (د) ٦٠°



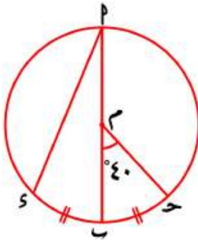
(٣٠) **في الشكل المقابل :**

ب منتصف $\overset{\frown}{جـ د}$ ، فإذا كان ق(∠جـ م ب) = ٤٠°

فإن : ق(∠ب أ د) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٢٠°

(جـ) ٨٠° (د) ٦٠°



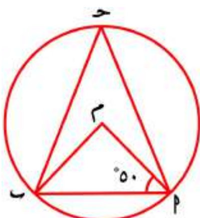
(٣١) **في الشكل المقابل :**

إذا كان : ق(∠م أ ب) = ٥٠°

فإن : ق(∠أ جـ ب) = ...

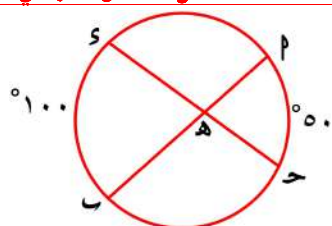
(أ) ٤٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ١٠٠° (د) ١٦٠°



٣٢ في الشكل المقابل : ن(⌒أ حـ) = ٥٠° ، ن(⌒ب ء) = ١٠٠°

فإن : ن(∠ أ هـ حـ) = ...



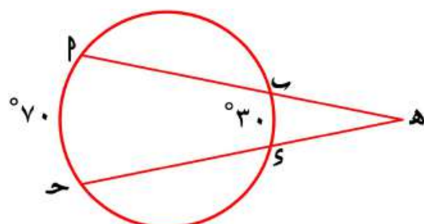
أ ٥٠°   ب ١٠٠°

حـ ١٦٠°   ء ٧٥°

٣٣ في الشكل المقابل :

ن(⌒أ حـ) = ٧٠° ، ن(⌒ب ء) = ٣٠°

فإن : ن(∠ هـ) = ...



أ ٢٠°   ب ٤٠°

حـ ٥٠°   ء ١٠٠°

★ ثالثًا : الشكل الرباعي الدائري :

٣٤ في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

أ متساويتان   ب متتامتان   حـ متكاملتان   ء متبادلتان

٣٥ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ن(∠ أ) = ٧٠° فإن : ن(∠ حـ) = ...

أ ٢٥°   ب ٢٠°   حـ ١١٠°   ء ١٠٠°

٣٦ أ ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ن(∠ أ) = ٣ ن(∠ حـ) فإن : ن(∠ أ) = ...

أ ٤٥°   ب ٦٠°   حـ ١٢٠°   ء ١٣٥°

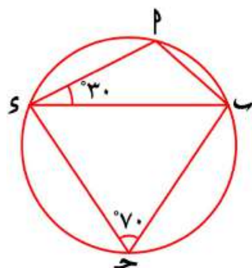
٣٧ أي من الأشكال الآتية يسمي رباعيًا دائريًا ؟ ....

أ المعين   ب المربع   حـ متوازي الأضلاع   ء شبه المنحرف

٣٨ في الشكل المقابل :

ن(∠ حـ) = ٧٠° ، ن(∠ أ ء ب) = ٣٠°

فإن : ن(∠ أ ب ء) = ...

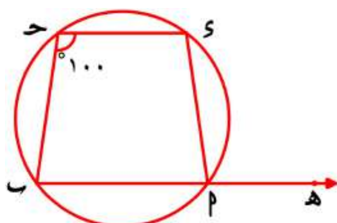


أ ٣٠°   ب ٤٠°

حـ ٧٠°   ء ١٠٠°

٣٩ في الشكل المقابل : هـ ∈ ب أ⃖ ، ن(∠ حـ) = ١٠٠°

فإن : ن(∠ ء أ هـ) = ...



أ ٨٠°   ب ٦٠°

حـ ١٠٠°   ء ٢٠٠°

★ رابعًا : العلاقة بين مماسات الدائرة :

٤٠ المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ....

(أ) متساويان في الطول (ب) متوازيان (جـ) متقاطعان (د) متعامدان

---

٤١ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة ....

(أ) متساويتان في الطول (ب) غير متساويتان في الطول

(جـ) متعامدتان (د) متوازيتان

---

٤٢ الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

(أ) وترين (ب) مماسين (جـ) وتر ومماس (د) وتر وقطر

---

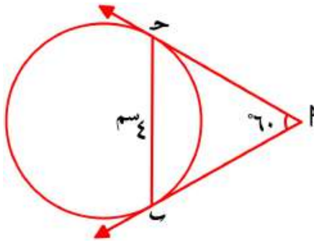
٤٣ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) متوسطاته (ب) ارتفاعاته

(جـ) منصفات زواياه الداخلة (د) محاور تماثل أضلاعه

---

٤٤ **في الشكل المقابل :**



إذا كان : أب ، أجـ مماسان ، ب جـ = ٤ سم

فإن : محيط Δ أ ب جـ = ... سم

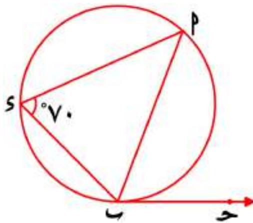
(أ) ٤ (ب) ٨

(جـ) ١٠ (د) ١٢

---

٤٥ **في الشكل المقابل :** ب جـ مماس للدائرة م عند ب

، ق(∠د) = ٧٠° **فإن** : ق(∠أ ب جـ) = ...



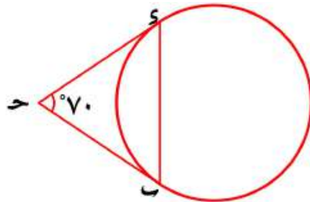
(أ) ٣٥° (ب) ٧٠°

(جـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

---

٤٦ **في الشكل المقابل :** جـ ب ، جـ د مماستان للدائرة في ب ، جـ

، ق(∠جـ) = ٧٠° **فإن** : ق(⌒د ب) = ...



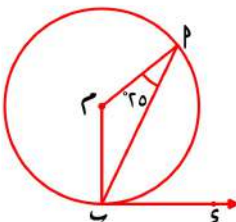
(أ) ٧٠° (ب) ١٤٠°

(جـ) ٥٥° (د) ١١٠°

---

٤٧ **في الشكل المقابل :** ب د مماس للدائرة م عند ب

، ق(∠م أ ب) = ٢٥° **فإن** : ق(∠أ ب د) = ...

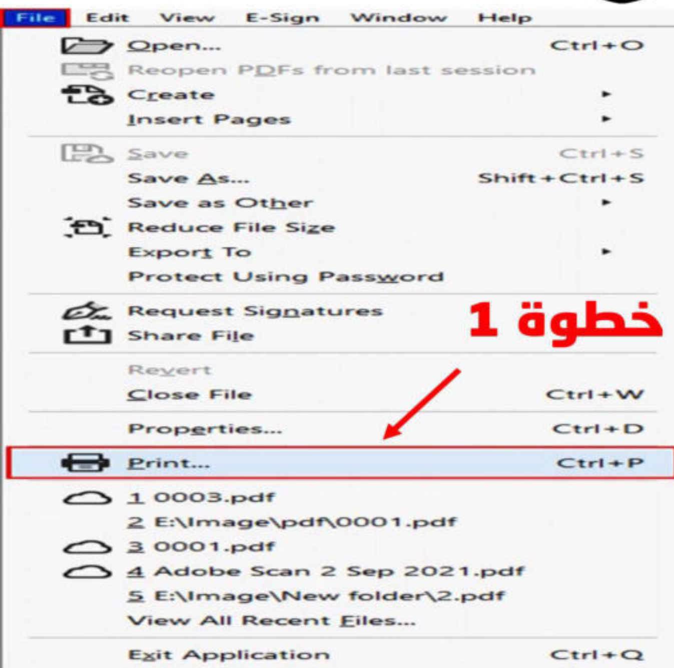


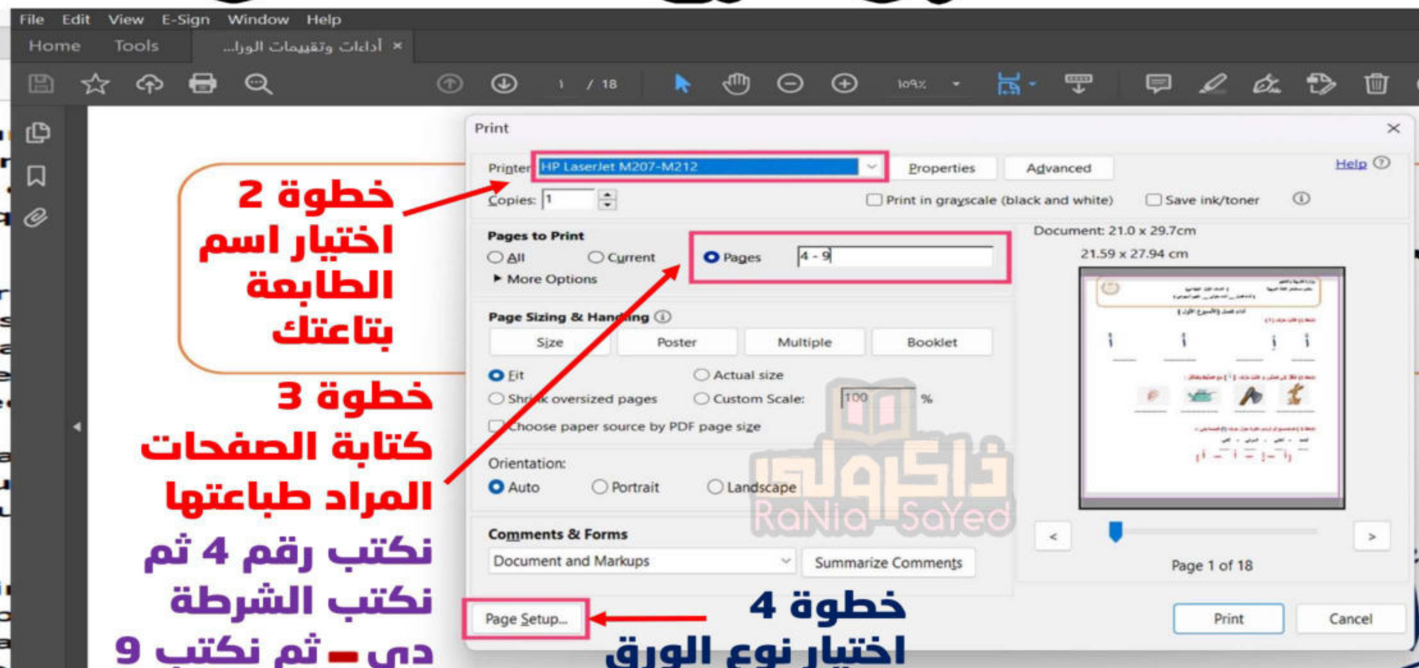
(أ) ٢٥° (ب) ٥٠°

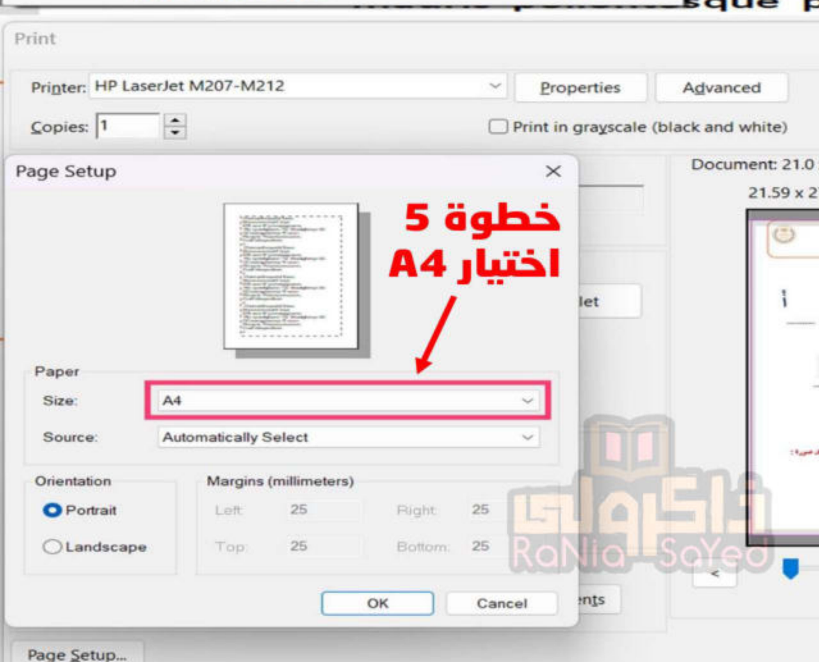
(جـ) ٦٥° (د) ١٣٠°

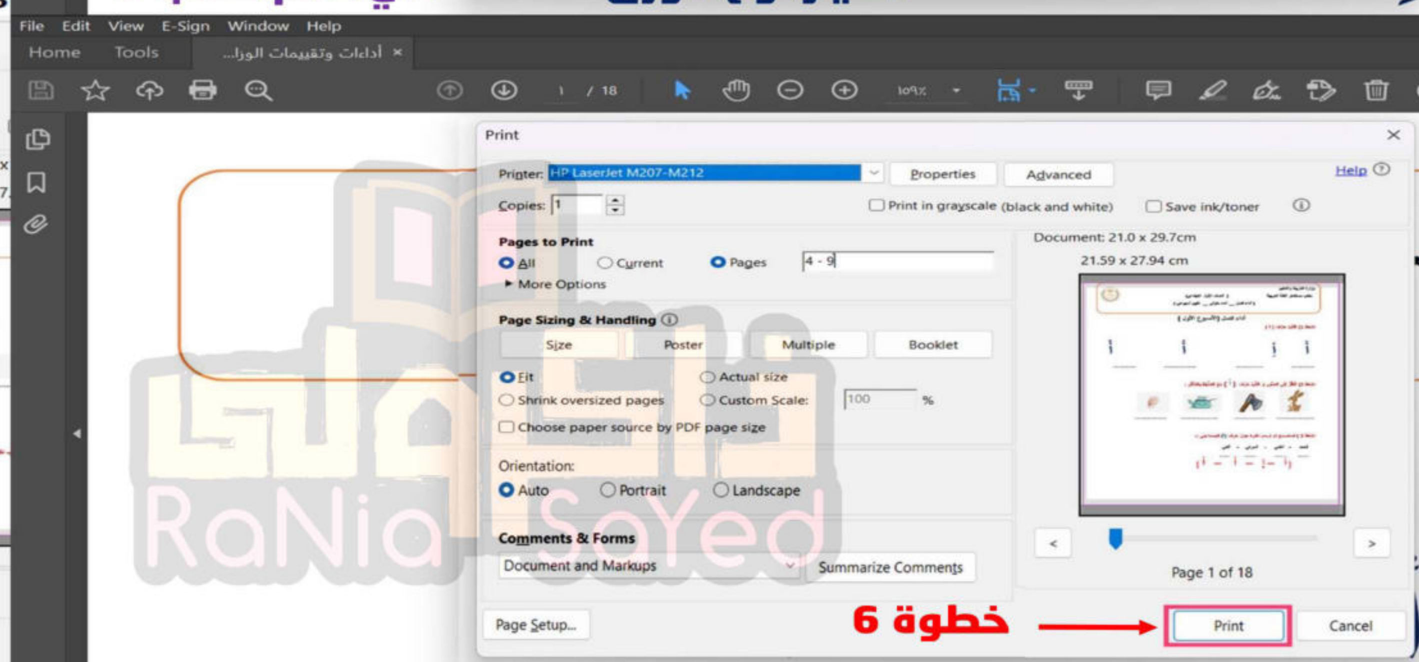
كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين
مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

ذاكرولي RaNia SaYed









حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (2)

الترم الثانى





ملخص نظرى الهندسة

(١) نصف قطر الدائرة أى قطعة مستقيمة تصل بين المركز وأى نقطة على الدائرة وكلها متساوية وتساوى نق
(٢) وتر الدائرة هو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة
(٣) قطر الدائرة وتر يمر بالمركز أو أى قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين على الدائرة وتمر بالمركز
(٤) أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها وللدائرة عدد لا نهائى من محاور التماثل
(٥) محيط الدائرة $= ٢ \pi$ نق (٦) مساحة الدائرة $= \pi$ نق^{٢}
(٧) خط المركزين الدائرتين متماستين من الداخل أو الخارج يكون عمودياً على المماس المشترك عند نقطة التماس
(٨) المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر
(٩) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه
(١٠) المماس لدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
(١١) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماس للدائرة
(١٢) المماسان لدائرة المرسومان من نهايتى قطر فيهما متوازيين
(١٣) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطة واحدة
(١٤) يوجد عدد لا نهائى من الدوائر التى تمر بنقطتين
(١٥) لا يمكن رسم دائرة واحدة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة
(١٦) أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين أ ، ب طولها يساوى نصف طول أ ب
(١٧) يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
(١٨) الدائرة الخارجة للمثلث هى الدائرة التى تمر برؤوس المثلث من الخارج
(١٩) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاعه من منتصفاتها
(٢٠) مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم الزاوية هو منتصف الوتر
(٢١) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على ابعاد متساوية من مركزها
(٢٢) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة إذا كانت الأوتار على ابعاد متساوية من المركز فانها تكون متساوية فى الطول
(٢٣) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح
(٢٤) فى الدائرة الواحدة أو فى الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح
(٢٥) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس
(٢٦) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه متساويان فى القياس
(٢٧) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس
(٢٨) قياس الزاوية المركزية ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس
(٢٩) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها
(٣٠) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة
(٣١) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

(٣٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

(٣٣) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة

(٣٤) الزاوية المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة الواحدة متساوية فى القياس

(٣٥) فى الدائرة الواحدة أو فى عدة دوائر الزوايا المحيطية المتساوية فى القياس تحصر بين ضلعيهما أقواساً متساوية فى القياس

(٣٦) إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها فأنه يمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وتراً فيها

(٣٧) إذا كان الشكل الرباعى دائرياً فإن : كل زاويتان متقابلتان متكاملتان مجموعهم = ١٨٠°

(٣٨) المستطيل والمربع والشبه منحرف المتساوى الساقين اشكال رباعية دائرية

(٣٩) متوازى الأضلاع والمعين وشبه المنحرف الغير متساوى الساقين رباعيه غير دائرية

(٤٠) قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس الشكل الرباعى الدائرى يساوى قياس الزاوية الداخله المقابلة للمجاورة

(٤١) إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان فى شكل رباعى كان هذا الشكل رباعى دائرى

(٤٢) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً

(٤٣) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول

(٤٤) يكون الشكل الرباعى دائرياً إذا تحققت أحد الشروط التالية :

◎ إذا وجدت نقطة فى مستوى الشكل تكون على ابعاد متساوية من رؤوسه

◎ إذا وجدت زاويتان متساويتان فى القياس ومرسومتان على ضلع من اضلاعه كقاعدة وفى جهة واحدة من هذا الضلع

◎ إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان مجموع قياسهما = ١٨٠°

◎ إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة له

(٤٥) الدائرة الداخلة لمثلث هى الدائرة التى تمس اضلاعه من الداخل

(٤٦) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

(٤٧) الزاوية المماسية هى الزاوية المحصورة بين وتر ومماس

(٤٨) قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس الموصول بين ضلعيهما

(٤٩) قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على وتر التماس

(٥٠) إذا رسم من احدى نقطتى النهاية لوتر فى دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماساً للدائرة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) م ، ن دائرتان متباعدتان طولا نصفى قطريهما ٨سم ، ٦سم على الترتيب فإن : م ن ١٤سم

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ⩽

---

(٢) قياس الزاوية المحيطية يساوى .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس

(أ) نصف (ب) ضعف (جـ) ربع (د) ثلث

---

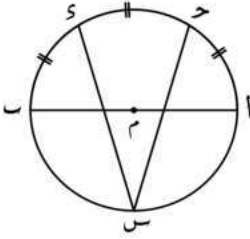
(٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ٣سم فإن : م ن = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

④ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، ق($\overset{\frown}{أح}$) = ق($\overset{\frown}{حء}$) = ق($\overset{\frown}{ءب}$) فإن : ق(∠ح س ء) = ...



Ⓐ ١٥°　Ⓑ ٣٠°
Ⓒ ٤٥°　Ⓓ ٦٠°

(أ) ١٥°　(ب) ٣٠°　(ح) ٤٥°　(ء) ٦٠°

---

⑤ فى الشكل الرباعى الدائرى أبحء إذا كان : ق($\hat{أ}$) = $\frac{1}{2}$ ق($\hat{ح}$) فإن : ق($\hat{أ}$) = ...

(أ) ٢٠°　(ب) ٣٠°　(ح) ٦٠°　(ء) ١٢٠°

---

⑥ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموداً على .... وينصفه

(أ) القطر　(ب) الوتر　(ح) الوتر المشترك　(ء) المماس

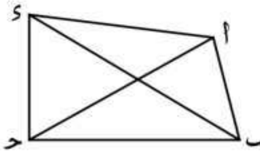
---

⑦ الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

(أ) حادة　(ب) مستقيمة　(ح) منفرجة　(ء) قائمة

---

⑧ **الشكل المقابل** يكون رباعياً دائرياً إذا كان ....



(أ) ق($\hat{أ}$) + ق($\hat{ء}$) = ١٨٠°　(ب) $\overline{أح} \perp \overline{بء}$

(ح) ق(∠ب أ ح) = ق(∠ح أ ء)　(ء) ق(∠أ ء ب) = ق(∠أ ح ب)

---

⑨ دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٨سم ، ٦سم إذا كان : م ن = ١٤سم فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متقاطعتين　(ب) متباعدتين　(ح) داخلتين　(ء) متماستين من الخارج

---

⑩ **فى الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

(أ) {ح ، ء}　(ب) $\overline{حء}$

(ح) $\overleftrightarrow{حء}$　(ء) ∅

---

⑪ قياس الزاوية المركزية التى تقابل قوساً طوله $\frac{1}{3}$ π نق ....

(أ) ٣٠°　(ب) ٦٠°　(ح) ١٢٠°　(ء) ٢٤٠°

---

⑫ يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) معين　(ب) مستطيل　(ح) شبه منحرف　(ء) متوازى أضلاع

---

⑬ دائرة طول قطرها ١٠سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة ٥سم فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) مماساً للدائرة　(ب) قاطعاً للدائرة　(ح) خارج الدائرة　(ء) قطراً فى الدائرة

---

⑭ عدد المماسات المشتركة للدائرتين المتماستين من الخارج هو ....

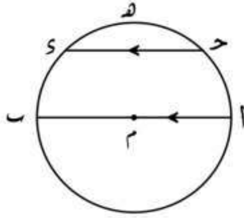
(أ) صفر　(ب) ١　(ح) ٢　(ء) ٣

---

⑮ عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

(أ) صفر　(ب) ١　(ح) ٢　(ء) عدد لا نهائى

⑯ **فى الشكل المقابل :**



إذا كان $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overline{أب} // \overline{حء}$ ، ق (ءهـحـ) = ٨٠° فإن : ق(أحـ) = ...

(أ) ٤٠°　(ب) ٥٠°
(حـ) ٨٠°　(ء) ١٠٠°

⑰ إذا كان : م ، ن دائرتان متقاطعتان فى نقطتين وكان طولا نصفى قطريهما ٥سم ، ٢سم على الترتيب

فإن : م ن ∈ ....

(أ) [٣ ، ٧]　(ب)]٣ ، ٧]　(حـ)]٣ ، ٧[　(ء) [٣ ، ٧[

⑱ محور تماثل الدائرة هو ....

(أ) القطر　(ب) الوتر　(حـ) المستقيم المار بالمركز　(ء) المماس

⑲ قياس القوس الذى يمثل ربع قياس الدائرة يساوى ....

(أ) ٦٠°　(ب) ٩٠°　(حـ) ١٢٠°　(ء) ٢٤٠°

⑳ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة يكونان ....

(أ) متعامدين　(ب) متوازيين　(حـ) متقاطعتين　(ء) منطبقين

㉑ وتر طوله ٨سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠سم فإنه يبعد عن المركز .... سم

(أ) ٢　(ب) ٤　(حـ) ٣　(ء) ٦

㉒ مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) متوسطاته　(ب) ارتفاعاته　(حـ) محاور تماثل أضلاعه　(ء) منصفات زواياه الداخلة

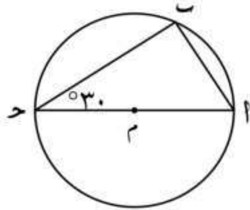
㉓ قياس الزاوية المركزية المرسومة فى ثلث دائرة يساوى ....

(أ) ٢٤٠°　(ب) ١٢٠°　(حـ) ٦٠°　(ء) ٣٠°

㉔ م ، ن دائرتان متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٧سم ، ١٠سم فإن : م ن = ... سم

(أ) ٣　(ب) ١٧　(حـ) ٧　(ء) ١٠

㉕ **فى الشكل المقابل :**

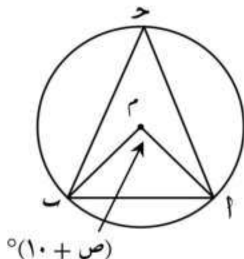


$\overline{أحـ}$ قطر في الدائرة م

، ق (حـ) = ٣٠° فإن : ق (أ) = ...

(أ) ١٢٠°　(ب) ٦٠°
(حـ) ٩٠°　(ء) ٤٠°

㉖ **فى الشكل المقابل :**

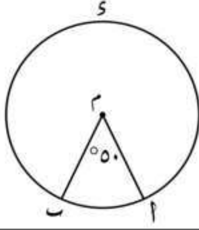


دائرة مركزها م إذا كان : ق (حـ) = ٤٠°

، ق (أ م ب) = (ص + ١٠)° فإن : ص = ...

(أ) ٧٠°　(ب) ٨٠°
(حـ) ١٠٠°　(ء) ١٨٠°

٢٧ **فى الشكل المقابل :**



ق (∠ أ م ب) = ٥٠° فإن : ق (∠ أ ء ب) = ...

أ ٥٠°　　ب ١٠٠°　　حـ ٣١٠°　　ء ٣٥٠°

٢٨ الزاوية المماسية هى زاوية محصورة بين ....

أ وترين　　ب مماسين　　حـ وتر ومماس　　ء وتر وقطر

٢٩ دائرة طول محيطها ٦ π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٥سم فإن المستقيم ل يكون ....

أ مماساً للدائرة　　ب قاطعاً للدائرة　　حـ خارج الدائرة　　ء قطراً فى الدائرة

٣٠ أ ب حـ ء رباعى دائرى فيه : ق (∠ أ) = ٣ ق (∠ حـ) فإن : ق (∠ أ) = ...

أ ٩٠°　　ب ٤٥°　　حـ ١٣٥°　　ء ١٢٠°

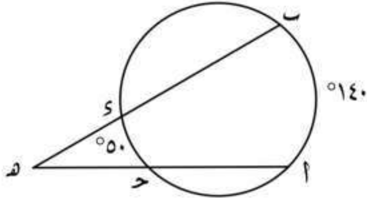
٣١ إذا كان طولا نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما ٦سم ، ٣سم وكان م ن = ٢سم فإن : م ، ن ....

أ متقاطعتان　　ب متداخلتان　　حـ متباعدتان　　ء متماستان من الخارج

٣٢ عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتى المركز يساوى ....

أ ٣　　ب ١　　حـ ٢　　ء صفر

٣٣ **فى الشكل المقابل :**

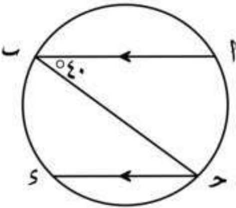


ق (⌒ أ ب) = ١٤٠° ، ق (⌒ حـ ء) = ٥٠°

فإن : ق (∠ هـ) = ...

أ ٤٥°　　ب ٤٠°　　حـ ٥٥°　　ء ٩٥°

٣٤ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{أب}$ // $\overline{حـء}$ ، ق (∠ ب) = ٤٠° فإن : ق (⌒ ب ء) = ...

أ ٢٠°　　ب ٤٠°　　حـ ٨٠°　　ء ١٦٠°

٣٥ قياس الزاوية المركزية = ... قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس

أ $\frac{١}{٢}$　　ب $\frac{١}{٤}$　　حـ ٢　　ء ١

٣٦ مجموعة نقط الدائرة ن ∩ مجموعة النقط داخل الدائرة ن = ...

أ الدائرة ن　　ب سطح الدائرة ن　　حـ ∅　　ء محيط الدائرة ن

٣٧ دائرتان م ، ن متماستان من الداخل نصفى قطريى الدائرتين ٥سم ، نوسم ، نو > ٥ ، م ن = ٣سم

فإن : نو = ... سم

أ ٦　　ب ٨　　حـ ٧　　ء ٩

٣٨ عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى ....

أ صفر　　ب واحد　　حـ ثلاث　　ء عدد لا نهائى

(٣٩) أطول الاوتار فى الدائرة يسمى ....

(أ) قطر (ب) مماس (جـ) قاطع (د) نصف قطر

(٤٠) فى الشكل المقابل :

إذا كانت : هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـ س}}$ ينصف (د جـ هـ)

، ق (س جـ هـ) = ٦٢° فإن : ق (أ) = ...

(أ) ٦٢° (ب) ١١٨°
(جـ) ٥٦° (د) ١٢٤°

(٤١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية وقياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ١ (د) ١ : ٣

(٤٢) دائرة طول نصف قطرها (٢س + ٦)سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) سم

حيث س > ٠ فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) خارج الدائرة (ب) مماساً للدائرة (جـ) قاطعاً للدائرة (د) ماراً بمركز الدائرة

(٤٣) إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ الدائرة م = {أ ، ب} فإن : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

(أ) {أ ، ب} (ب) $\overline{\text{أ ب}}$ (جـ) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ (د) $\overrightarrow{\text{ب أ}}$

(٤٤) الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة تكون ....

(أ) منعكسة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) حادة

(٤٥) فى الشكل المقابل :

م دائرة فإذا كان : ق (م) – ق (أ) = ٥٠°

فإن : ق (أ) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠°
(جـ) ١٠٠° (د) ١٣٠°

(٤٦) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ م}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ ، م د = د ب

، ق (أ م ب) = ٩٠°

فإن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٦٠°
(جـ) ٣٠° (د) ٩٠°

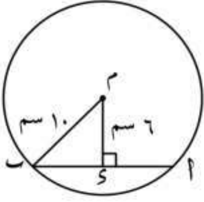
(٤٧) فى الشكل المقابل :

د منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

، ق (أ) = ٥٥° فإن : ق (د م هـ) = ...

(أ) ١٢٠° (ب) ١٣٠°
(جـ) ١٣٥° (د) ١٢٥°

(٤٨) **في الشكل المقابل :**



إذا كان : م ء = ٦ سم ، م ب = ١٠ سم فإن : أ ب = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٦
(جـ) ٧ (ء) ٤

(٤٩) دائرة طول قطرها ١٠سم فإذا كان المستقيم ل قاطعاً للدائرة فإنه يبعد عن مركزها .... سم

(أ) ١٠ (ب) ٦ (جـ) ٧ (ء) ٤

(٥٠) دائرة م طول قطرها ١٠سم فإذا كان المستقيم ل خارج الدائرة م فإن البعد بين المركز م والمستقيم ل ∈ ....

(أ) {٠ ، ٥} (ب)]٠ ، ٥[(جـ) [٠ ، ٥[(ء)]٥ ، ∞[

(٥١) إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = طول نصف قطر الدائرة ن فإن الدائرتين ....

(أ) متداخلتان (ب) متباعدتان (جـ) متطابقتان (ء) متقاطعتان

(٥٢) إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) قاطعاً للدائرة (ب) خارج الدائرة (جـ) خارج الدائرة (ء) محور تماثل للدائرة

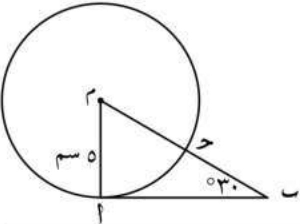
(٥٣) دائرتان طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٨سم تكونان متماستين إذا كان البعد بين مركزيهما ∈ ....

(أ) {٣ ، ١٣} (ب) [٣ ، ١٣] (جـ)]٣ ، ١٣[(ء)]٣ ، ١٣[

(٥٤) عدد الدوائر التي يمكن رسمها تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) عدد لا نهائي (ء) لا يوجد

(٥٥) **في الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أب}}$ مماسة ، أم = ٥ سم ، ق($\hat{\text{ب}}$) = ٣٠° فإن : طول $\overline{\text{بجـ}}$ = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٧
(جـ) ٨ (ء) ١٠

(٥٦) دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم ، م ن = ١٦ سم فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متماستين من الخارج (ب) متماستين من الداخل
(جـ) متقاطعتين (ء) متباعدتين

(٥٧) $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{جـء}}$ وتران متساويان في الطول في دائرة م ، س ، ص منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{جـء}}$ على الترتيب ، م س = ٣سم

فإن : م ص = ... سم

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ٦ (جـ) ٤ (ء) ٣

(٥٨) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن الدائرتين م ، ن ....

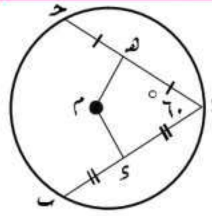
(أ) متباعدتان (ب) متحدتا المركز (جـ) متقاطعتان (ء) متماستان من الخارج

(٥٩) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) المثلث (ب) المربع (جـ) المعين (ء) المستطيل

(٦٠) عدد محاور تماثل نصف دائرة .... عدد محاور تماثل مثلث متساوى الساقين

(أ) ⩽ (ب) > (جـ) = (ء) <



① فى الشكل المقابل :

$ق(\hat{أ}) = ٦٠°$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

، ء منتصف $\overline{أب}$

أوجد : $ق(\angle ء م هـ)$

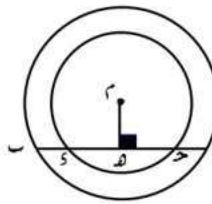
البرهان

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ $ق(\angle م ء أ) = ٩٠°$

∵ هـ منتصف $\overline{أحـ}$ ∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{أحـ}$ ∴ $ق(\angle م هـ أ) = ٩٠°$

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ $ق(\angle ء م هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٦٠° + ٩٠°) = ١٢٠°$



② فى الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز (م)

، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى

، يقطع الدائرة الصغرى فى حـ ، ء

، $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$ أثبت أن : أحـ = ب ء

البرهان

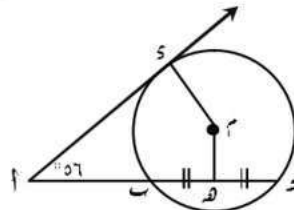
فى الدائرة الكبرى : ∵ $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أب}$

∴ أهـ = هـ ب ← ①

فى الدائرة الصغرى : ∵ $\overline{مهـ} \perp \overline{حـء}$ ∴ هـ منتصف $\overline{حـء}$

∴ حـ هـ = هـ ء ← ②

بطرح ② من ① : ∴ أحـ = ب ء



③ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة م

، $\overleftrightarrow{أحـ}$ يقطع الدائرة م

فى ب ، حـ

، $ق(\hat{أ}) = ٥٦°$ أوجد : $ق(\angle ء م هـ)$

البرهان

∵ $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة م عند أ ، $\overline{مء}$ (نق)

∴ $\overline{مء} \perp \overline{أء}$ ∴ $ق(\angle م ء أ) = ٩٠°$

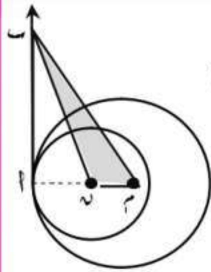
، ∵ هـ منتصف $\overline{بحـ}$

∴ $\overline{مهـ} \perp \overline{بحـ}$ ∴ $ق(\angle م هـ أ) = ٩٠°$

∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ $ق(\angle ء م هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٥٦° + ٩٠°)$

$= ٣٦٠° - ٢٣٦° = ١٢٤°$



④ فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما

١٠سم ، ٦سم على الترتيب

ومتماستان من الداخل فى أ

، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس مشترك لهما عند أ

إذا كانت مساحة سطح : $\triangle$ ب م ن = ٢٤ سم²

فأوجد : طول $\overline{أب}$ ؟

البرهان

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ∴ $\overline{مأ} \perp \overleftrightarrow{أب}$

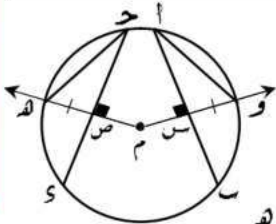
∵ الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل

∴ م ن = ١٠ − ٦ = ٤سم

∵ مساحة $\triangle$ ب م ن = $\frac{١}{٢}$ × م ن × أب

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × أب

∴ أب = ١٢سم



⑤ فى الشكل المقابل :

$\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{حـء}$

، و س = هـ ص

أثبت أن :

① أب = حـ ء ② أو = حـ هـ

البرهان

∵ م و = م هـ = نق ← ①

، ∵ س و = ص هـ ← ②

بطرح ② من ① ∴ م س = م ص

، ∵ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{حـء}$

∴ أب = حـ ء (أولاً)

، ∵ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ∴ س منتصف $\overline{أب}$

∴ أس = $\frac{١}{٢}$ أب

∵ $\overline{مص} \perp \overline{حـء}$ ∴ ص منتصف $\overline{حـء}$

∴ حـ ص = $\frac{١}{٢}$ حـ ء

، ∵ أب = حـ ء ∴ أس = حـ ص

∴ $\triangle\triangle$ أ س و ، حـ ص هـ فيهما :

① أ س = حـ ص
② س و = ص هـ
③ $ق(\angle أ س و) = ق(\angle حـ ص هـ) = ٩٠°$

∴ $\triangle$ أ س و ≡ $\triangle$ حـ ص هـ وينتج أن : أو = حـ هـ

⑥ في الشكل المقابل :

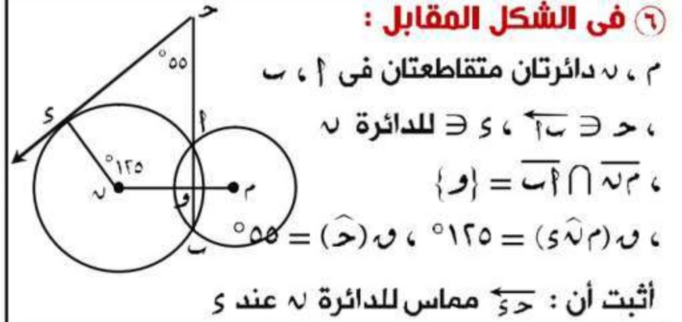
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، حـ ∈ ب أ ، ء ∈ للدائرة ن

، م ن ∩ أ ب = {و}

، ق(∠م ن ء) = ١٢٥° ، ق(∠حـ) = ٥٥°

أثبت أن : حـ ء مماس للدائرة ن عند ء



البرهان

∵ م ن خط المركزين ، ∵ أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ و ن) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعي الداخلة = ٣٦٠°

∴ ق(∠حـ ء ن) = ٣٦٠° − (٥٥° + ٩٠° + ١٢٥°) = ٩٠°

∴ ن ء ⊥ حـ ء ∴ حـ ء مماس للدائرة ن عند ء

⑦ في الشكل المقابل :

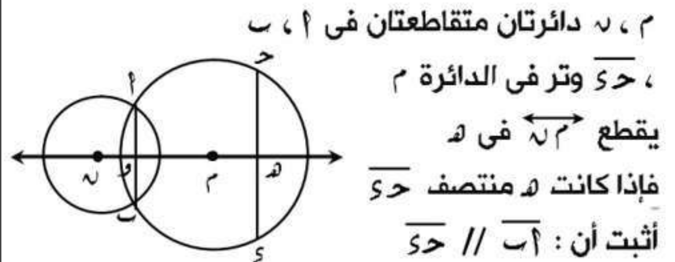
م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

، حـ ء وتر في الدائرة م

يقطع م ن في هـ

فإذا كانت هـ منتصف حـ ء

أثبت أن : أ ب ∥ حـ ء



البرهان

∵ م ن خط المركزين ، ∵ أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ و ن) = ٩٠°

، ∵ هـ منتصف حـ ء ∴ م هـ ⊥ حـ ء

∴ ق(∠حـ هـ م) = ٩٠°

∵ ق(∠حـ هـ م) = ق(∠أ و ن) = ٩٠° "في وضع تناظر"

∴ أ ب ∥ حـ ء

⑧ في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م

، أ ب = أ حـ

أثبت أن : س ص = ع ل



العمل نرسم م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

البرهان في الدائرة الكبرى :

∵ أ ب = أ حـ ، م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ حـ

∴ م ء = م هـ

في الدائرة الصغرى :

∵ م ء ⊥ س ص ، م هـ ⊥ ع ل ، م ء = م هـ

∴ س ص = ع ل

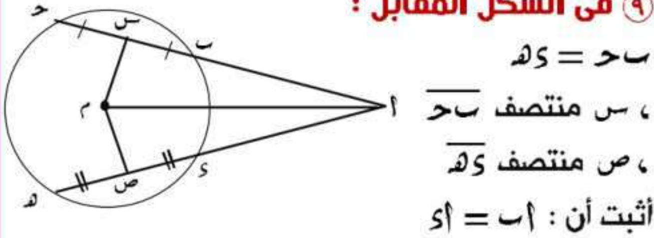
⑨ في الشكل المقابل :

ب حـ = ء هـ

، س منتصف ب حـ

، ص منتصف ء هـ

أثبت أن : أ ب = أ ء



البرهان

∵ س منتصف ب حـ ∴ م س ⊥ ب حـ

∵ ص منتصف ء هـ ∴ م ص ⊥ ء هـ

∵ ب حـ = ء هـ ∴ م س = م ص ← ①

في ΔΔ أ س م ، أ ص م فيهما :

① م س = م ص
② أ م ضلع مشترك
③ ق(∠أ س م) = ق(∠أ ص م) = ٩٠°

∴ Δ أ س م ≡ Δ أ ص م وينتج من التطابق أن:

∴ أ س = أ ص ← ②

، ∵ س منتصف ب حـ ∴ ب س = ½ ب حـ

، ∵ ص منتصف ء هـ ∴ ء ص = ½ ء هـ

∵ ب حـ = ء هـ ∴ ب س = ء ص ← ③

وبطرح ② ، ③ ∴ أ ب = أ ء

⑩ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

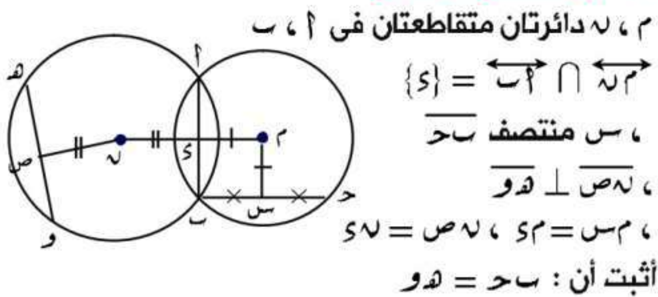
م ن ∩ أ ب = {ء}

، س منتصف ب حـ

، ن ص ⊥ هـ و

، م س = م ء ، ن ص = ن ء

أثبت أن : ب حـ = هـ و



البرهان

في الدائرة م

∵ س منتصف ب حـ ∴ م س ⊥ ب حـ

∵ م ن خط المركزين ، أ ب وتر مشترك

∴ م ن ⊥ أ ب

∵ م س = م ء ∴ ب حـ = أ ب ← ①

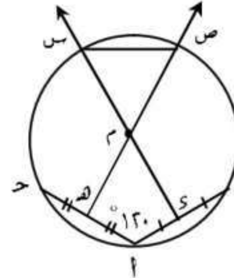
في الدائرة ن

∴ ن ء ⊥ أب ، ن ص ⊥ هـ و ، ن ء = ن ص

∵ هـ و = أب ← (٢)

من (١) ، (٢) ∴ حـ ب = هـ و

(١١) في الشكل المقابل :



أب ، أحـ وتران في الدائرة م

، ء ، هـ منتصفا أب ، أحـ

رسم ءم ، هـم فقطعا الدائرة

في س ، ص على الترتيب

ق(ب أ حـ) = ١٢٠°

اثبت أن : △س ص م متساوي الأضلاع

البرهان

∵ ء منتصف أب ∴ م ء ⊥ أب ∴ ق(أ ء م) = ٩٠°

∵ هـ منتصف أحـ ∴ م هـ ⊥ أحـ ∴ ق(أ هـ م) = ٩٠°

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعى الداخلة = ٣٦٠°

∴ ق(ء م هـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ١٢٠°) = ٦٠°

∵ ءس ، هـص متقاطعين فى م

∴ ق(ء م هـ) = ق(ص م س) = ٦٠° بالتقابل بالرأس

، ∵ م س ، م ص "انصاف اقطار"

∴ △س ص م متساوى الأضلاع

(١٢) في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

نقطة حـ تقع على الدائرة م

نقطة ء تقع على الدائرة ن

حـ ∈ م ن ، ء ∈ م ن

اثبت أن : ق(حـ أ ء) = ق(حـ ب ء)

البرهان

∵ م ن خط المركزين ، أب وتر مشترك

∴ م ن محور تماثل أب ∴ أحـ = ب حـ ، أء = ب ء

فى △△ أحـ ء ، ب حـ ء

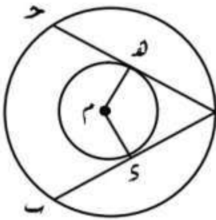
(١) أحـ = ب حـ

(٢) أء = ب ء

(٣) حـ ء ضلع مشترك ∴ △أحـ ء ≡ △ب حـ ء

وينتج من التطابق أن : ق(حـ أ ء) = ق(حـ ب ء)

(١٣) في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م

أب ، أحـ قطعتان مماستان

للدائرة الصغرى

أثبت أن : أب = أحـ

البرهان

∵ أحـ مماس للدائرة م عند هـ ، م هـ نصف قطر

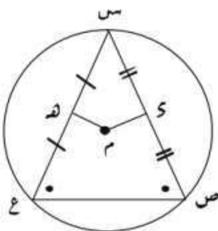
∴ م هـ ⊥ أحـ

∵ أب مماس للدائرة م عند ء ، م ء نصف قطر

∴ م ء ⊥ أب

، ∵ م هـ = م ء ∴ أب = أحـ

(١٤) في الشكل المقابل :



م دائرة ق(س ص ع) = ق(س ع ص)

، ء منتصف س ص

، هـ منتصف س ع

أثبت أن : م ء = م هـ

البرهان

فى △س ص ع ∵ ق(ص) = ق(ع)

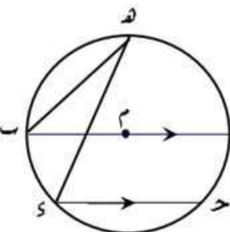
∴ س ص = س ع

∵ ء منتصف س ص ∴ م ء ⊥ س ص

∵ هـ منتصف س ع ∴ م هـ ⊥ س ع

∴ م ء = م هـ

(١٥) في الشكل المقابل :



أب قطر فى الدائرة م

، أب // حـ ء

، ق(حـ ء) = ٨٠° أوجد : ق(هـ)

البرهان

∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(أحـ ب) = ١٨٠° ، ق(حـ ء) = ٨٠°

∴ ق(أحـ) + ق(ب ء) = ١٨٠° − ٨٠° = ١٠٠°

∵ أب // حـ ء ∴ ق(أحـ) = ق(ب ء) = ١٠٠/٢ = ٥٠°

، ∵ (هـ) محيطية مقابلة لـ (ب ء)

∴ ق(هـ) = ١/٢ ق(ب ء) = ١/٢ × ٥٠° = ٢٥°

⑯ في الشكل المقابل :

ءهـ قطر في دائرة مركزها م

، ءهـ // ب جـ ، ق(ب ء⌒) = ٤٠°

أوجد : ① ق(∠ء أ هـ)

② ق(∠جـ أ ء)

البرهان

∵ ءهـ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠ء أ هـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∵ ءهـ // ب جـ ∴ ق(ء ب⌒) = ق(جـ هـ⌒) = ٤٠°

∵ ق(ء ب هـ⌒) = ١٨٠°

∴ ق(ب جـ⌒) = ١٨٠° − ٤٠° − ٤٠° = ١٠٠°

∴ ق(ء ب جـ⌒) = ١٠٠° + ٤٠° = ١٤٠°

، ∵ (∠ء أ جـ) محيطية مقابلة لـ (ء ب جـ⌒)

∴ ق(∠ء أ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(ء ب جـ⌒) = $\frac{1}{2}$ × ١٤٠° = ٧٠°

⑰ في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

رسم الوتر جـ هـ بحيث جـ هـ = جـ ء

اثبت أن : أ هـ = ب جـ

البرهان

∵ جـ ء = جـ هـ ∴ ق(جـ ء⌒) = ق(جـ هـ⌒) ← ①

∵ أ ب جـ ء مستطيل ∴ أ ب = جـ ء

∴ ق(أ ب⌒) = ق(جـ ء⌒) ← ②

∴ ق(أ ب⌒) = ق(جـ هـ⌒) وبإضافة ق(ب هـ⌒) للطرفين

∴ ق(أ ب هـ⌒) = ق(جـ هـ ب⌒) ∴ أ هـ = ب جـ

⑱ في الشكل المقابل :

ل هـ قطر في الدائرة

، ق(∠ن) = ١١٠°

أوجد : ق(∠و ل هـ)

البرهان

∵ ل هـ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠ل و هـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∵ ل ن و هـ رباعي دائري ∴ ق(∠هـ) + ق(∠ن) = ١٨٠°

∴ ق(∠هـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق(∠و ل هـ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٧٠° = ٢٠°

⑲ في الشكل المقابل :

ص ع ∩ س ل = {هـ}

، هـ س = هـ ص

أثبت أن : هـ ع = هـ ل

البرهان

∵ هـ س = هـ ص ∴ ق(∠ص) = ق(∠س) (١)

∵ ق(∠ص) = ق(∠ل) محيطيتان مشتركتان في (س ع⌒) (٢)

∵ ق(∠س) = ق(∠ع) محيطيتان مشتركتان في (ص ل⌒) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ ق(∠ل) = ق(∠ع) ∴ هـ ل = هـ ع

⑳ في الشكل المقابل :

ق(∠م أ ب) = ٥٠°

، ق(ب جـ⌒) = ق(أ جـ⌒)

أوجد : ق(∠جـ أ م)

البرهان

∵ م أ = م ب = نق

∴ ق(∠م ب أ) = ق(∠م أ ب) = ٥٠°

∴ ق(∠أ م ب) = ١٨٠° − ٥٠° − ٥٠° = ٨٠°

∴ ق(∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ٨٠° = ٤٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (أ ب⌒)"

∵ ق(ب جـ⌒) = ق(أ جـ⌒) ∴ أ جـ = جـ ب

∴ ق(∠أ) = ق(∠ب) = $\frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢}$ = ٧٠°

∴ ق(∠جـ أ م) = ٧٠° − ٥٠° = ٢٠°

㉑ في الشكل المقابل :

جـ ء مماس للدائرة عند جـ

، جـ ء // أ ب ، ق(∠أ م ب) = ١٢٠°

أثبت أن : Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

البرهان

∴ ق(∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (أ ب⌒)"

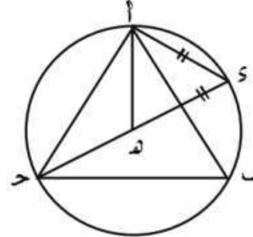
∵ جـ ء // أ ب ∴ ق(أ جـ⌒) = ق(ب جـ⌒)

∴ أ جـ = ب جـ

∵ ق(∠أ جـ ب) = ٦٠° ، أ جـ = ب جـ

∴ Δ جـ أ ب متساوى الأضلاع

(٢٢) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة

أخذت ء ∈ $\overset{\frown}{أ ب}$ ، ء ∈ $\overline{ء ح}$

بحيث أ ء = ء هـ أثبت أن : Δ أ ء هـ متساوي الأضلاع

البرهان

∵ Δ أ ب ح متساوي الأضلاع

∴ قياس كل زاوية من زوايا = ٦٠° ∴ ق(ب̂) = ٦٠°

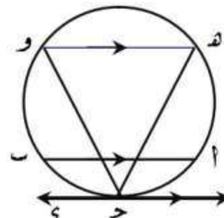
∵ (ب̂) ، (ء̂) محيطيتان مشتركتان في القوس ($\overset{\frown}{أ ح}$)

∴ ق(ب̂) = ق(ء̂) = ٦٠°

في Δ أ ء هـ ∵ ق(أ ء̂ هـ) = ٦٠° ، أ ء = ء هـ

∴ Δ أ ء هـ متساوي الأضلاع

(٢٣) في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{ح ء}$ مماس للدائرة عند ح

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{هـ و}$ وتران في الدائرة

حيث : $\overline{أ ب}$ // $\overline{هـ و}$ // $\overleftrightarrow{ح ء}$

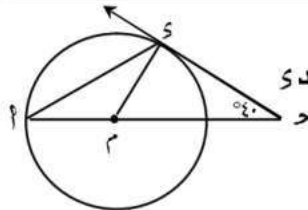
أثبت أن : ح هـ = ح و

البرهان

∵ $\overleftrightarrow{ح ء}$ // $\overline{هـ و}$ ∴ ق($\overset{\frown}{ح هـ}$) = ق($\overset{\frown}{ح و}$)

∴ ح هـ = ح و

(٢٤) في الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftrightarrow{ح ء}$ مماس للدائرة عند ء

، ق(ح̂) = ٤٠°

أوجد : ق($\overset{\frown}{أ ء}$) ، ق(م أ̂ ء)

البرهان

∵ $\overleftrightarrow{ح ء}$ مماس ∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{ح ء}$

∴ ق(م ء̂ ح) = ٩٠°

، ∵ (ء م̂ أ) خارجة عن Δ م ء ح

∴ ق(ء م̂ أ) = ق(ح̂) + ق(ح ء̂ م)

= ٤٠° + ٩٠° = ١٣٠°

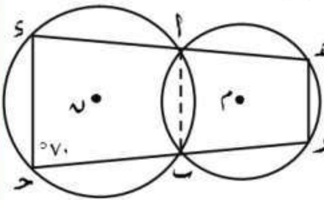
∵ ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق(ء م̂ أ) "قوس مقابل لزاوية مركزية"

∴ ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ١٣٠° **(أولاً)**

في Δ أ م ء ∵ م أ = م ء = نق

∴ ق(م أ̂ ء) = ق(ء أ̂ م) = $\frac{١٨٠° - ١٣٠°}{٢}$ = ٢٥° **(ثانياً)**

(٢٥) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب

رسم $\overleftarrow{أ ء}$ يقطع الدائرة م في هـ والدائرة ن في ء

رسم $\overleftarrow{ب ح}$ يقطع الدائرة م في و والدائرة ن في ح

، ق(ح̂) = ٧٠° أوجد : ق(و̂) أثبت أن : $\overline{ح ء}$ // $\overline{هـ و}$

العمل نرسم $\overline{أ ب}$

البرهان

∵ الشكل أ ب ح ء رباعي دائري

∴ ق(ح̂) + ق(ب أ̂ ء) = ١٨٠°

∴ ق(ب أ̂ ء) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∵ الشكل أ ب و هـ رباعي دائري

∴ ق(ب أ̂ ء) الخارجة = ق(و̂) الداخلة المقابلة

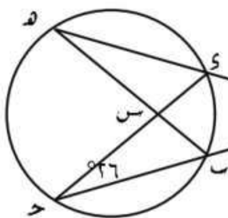
∴ ق(و̂) = ١١٠° **(أولاً)**

∴ ق(و̂) + ق(ح̂) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع $\overleftrightarrow{و ح}$

∴ $\overline{ح ء}$ // $\overline{هـ و}$ **(ثانياً)**

(٢٦) في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{ح ب}$ ∩ $\overleftarrow{هـ ء}$ = {أ} ، ق(أ̂) = ٤٠°

$\overline{ء ح}$ ∩ $\overline{ب هـ}$ = {س}

، ق($\overset{\frown}{ء ح ب}$) = ٣٦°

أوجد : (١) ق($\overset{\frown}{ح هـ}$)

(٢) ق(هـ ب̂ ح) (٣) ق(هـ س̂ ح)

البرهان

∵ (ح ء̂ هـ) خارجه عن Δ أ ء ح

∴ ق(ح ء̂ هـ) = ٤٠° + ٣٦° = ٦٦°

∴ ق($\overset{\frown}{ح هـ}$) = ١٣٢° مقابل لزاوية محيطية (ح ء̂ هـ)

∴ ق(ح ب̂ هـ) = ق(ح ء̂ هـ) = ٦٦°

"محيطيتان مشتركتان في ($\overset{\frown}{ح هـ}$)"

∴ ق($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٢ × ٣٦° = ٥٢°

"مقابل لـ (ء ح̂ ب) المحيطية"

∴ ق(هـ س̂ ح) = $\frac{٥٢° + ١٣٢°}{٢}$ = ٩٢°

⑳٧ في الشكل المقابل :

م دائرة، ق(∠ب م ح) = ١١٠°

، ق(∠أ ب ء) = ١٢٠°

أوجد : ق(∠أ ح م)

البرهان

∵ ق(∠ب أ ح) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ح) = $\frac{١١٠°}{٢}$ = ٥٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في (⌒ب ح)

، ∵ (∠ء ب أ) خارجة عن △ أ ب ح

∴ ق(∠ح) = (∠ء ب أ) − ق(∠أ) = ١٢٠° − ٥٥° = ٦٥°

∵ م ب = م ح = نق

∴ ق(∠م ب ح) = ق(∠م ح ب) = $\frac{١٨٠° - ١١٠°}{٢}$ = ٣٥°

∴ ق(∠أ ح م) = ٦٥° − ٣٥° = ٣٠°

㉘ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{حء}$ وتران متوازيان في الدائرة

، طول نصف قطرها ١٥ سم

، ق(∠ح م أ) = ٨٠°

طول (⌒أ ح) = طول (⌒أ ب)

أوجد : ق(∠م أ ب) ، ق(⌒ح ء) وطول ⌒ح ء

البرهان

∵ ق(⌒أ ح) = ق(∠ح م أ) = ٨٠°

"قوس مقابل لزاوية مركزية"

∵ طول (⌒أ ح) = طول (⌒أ ب)

∴ ق(⌒أ ح) = ق(⌒أ ب) = ٨٠°

∴ ق(∠أ م ب) = ٨٠° ، ∵ م أ = م ب

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠°

∵ $\overline{حء}$ // $\overline{أب}$

∴ ق(⌒أ ح) = ق(⌒ب ء) = ٨٠°

∴ ق(⌒ح ء) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٨٠° + ٨٠°) = ١٢٠°

∴ طول ⌒ح ء = $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٥ = ٣١,٤ سم

㉙ في الشكل المقابل :

ق(∠أ ب هـ) = ١٠٠°

، ق(∠ح أ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ق(⌒ح ء) = ق(⌒أ ء)

البرهان

∵ أ ب ح ء رباعي دائري

∴ ق(∠أ ب هـ) الخارجة = ق(∠ء) الداخلة المقابلة

∴ ق(∠أ ب هـ) = ق(∠ء) = ١٠٠°

∴ ق(∠أ ح ء) = ١٨٠° − ١٠٠° − ٤٠° = ٤٠°

∴ ق(∠ء أ ح) = ق(∠ء ح أ) ∴ ق(⌒ح ء) = ق(⌒أ ء)

㉚ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{حم}$ // $\overline{أب}$

، $\overline{بح}$ ∩ $\overline{أم}$ = {هـ}

أثبت أن : ب هـ > أ هـ

البرهان

∵ ق(∠أ ب ح) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ح م أ) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠° ⟵ ①

محيطية ومركزية مشتركتان في (⌒أ ح)

∵ $\overline{مح}$ // $\overline{أب}$ ، $\overline{أم}$ قاطع لهما

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠أ م ح) = ٦٠° بالتبادل ⟵ ②

من ① ، ② ∴ ق(∠هـ أ ب) > ق(∠هـ ب أ)

وبالتالي فإن : ∴ ب هـ > أ هـ

㉛ في الشكل المقابل :

م دائرة

، م أ = أ ح = ب ح

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند أ

البرهان

∵ م أ = أ ح = ح م ∴ △ أ ح م متساوي الأضلاع

∴ ق(∠أ ح م) = ٦٠°

، ∴ ق(∠ب ح م) = ١٨٠° " زاوية مستقيمة "

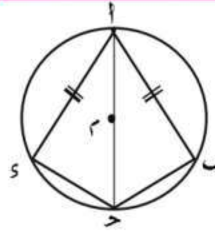
∴ ق(∠ب ح أ) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠° ، ح ب = ح أ

ق(∠ح ب أ) = ق(∠ب أ ح) = $\frac{١٨٠° - ١٢٠°}{٢}$ = ٣٠°

∴ ق(∠ب أ م) = ٦٠° + ٣٠° = ٩٠°

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م عند أ

(٣٢) **في الشكل المقابل :**



أجـ قطر في الدائرة م

، أب = أد

أثبت أن : ق(⌒بجـ) = ق(⌒جـد)

البرهان

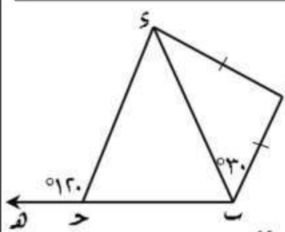
∵ أجـ قطراً في الدائرة م

∴ ق(∠أبجـ) = ق(∠أدجـ) ← ①

∵ أب = أد ∴ ق(⌒أب) = ق(⌒أد) ← ②

من ①، ② وبالطرح : ∴ ق(⌒بجـ) = ق(⌒جـد)

(٣٣) **في الشكل المقابل :**



أبجـد شكل رباعي

، أب = أد ، ق(∠أبد) = ٣٠°

، ق(∠دجـهـ) = ١٢٠°

أثبت أن : الشكل أبجـد رباعي دائري

البرهان

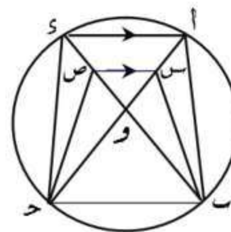
∵ أب = أد ∴ ق(∠أدب) = ق(∠أبد) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(∠أ) = ق(∠دجـهـ) ، ∵ ق(∠دجـهـ) خارجة عنه

∴ الشكل أبجـد رباعي دائري

(٣٤) **في الشكل المقابل :**



أبجـد شكل رباعي دائري

تقاطع قطراه في و

، س ∈ أو ، ص ∈ دو

حيث : سص // أد

أثبت أن : الشكل سصجـب رباعي دائري

البرهان

∴ ق(∠أدب) = ق(∠بجـأ) ← ①

" وهما مرسومتان على القاعدة أب وفي جهة واحدة"

∵ سص // أد

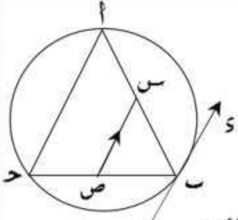
∴ ق(∠أدب) = ق(∠سصب) بالتناظر ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠سصب) = ق(∠سجـب)

" وهما مرسومتان على القاعدة سب وفي جهة واحدة"

∴ الشكل سصجـب رباعي دائري

(٣٥) **في الشكل المقابل :**



بد مماس للدائرة عند ب

، س ∈ أب ، ص ∈ بجـ

سص // بد

أثبت أن : الشكل أسصجـ رباعي دائري

البرهان

∵ سص // بد ، أب قاطع لهما

∴ ق(∠دبس) = ق(∠صسب) بالتبادل ← ①

∴ ق(∠دبأ) = ق(∠جـ) ← ②

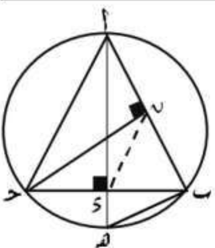
محيطية ومماسية مشتركتان في (⌒أب)

من ①، ② ∴ ق(∠صسب) = ق(∠جـ)

∵ (∠صسب) خارجة عن الشكل أسصجـ

∴ أسصجـ رباعي دائري

(٣٦) **في الشكل المقابل :**



أد ⊥ بجـ ، جـن ⊥ أب

أثبت أن :

① الشكل أندجـ رباعي دائري

② ق(∠جـند) = ق(∠هـبجـ)

البرهان

∵ أد ⊥ بجـ ∴ ق(∠أدجـ) = ٩٠°

∵ جـن ⊥ أب ∴ ق(∠أنجـ) = ٩٠°

∵ ق(∠أدجـ) = ق(∠أنجـ)

" وهما مرسومتان على القاعدة أجـ وفي جهة واحدة"

∴ الشكل أندجـ رباعي دائري

ومن الشكل الرباعي الدائري أندجـ

∴ ق(∠دنجـ) = ق(∠دأجـ) ← ①

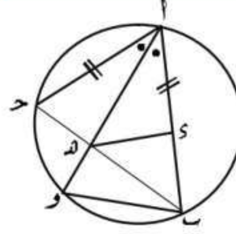
∵ ق(∠هـبجـ) = ق(∠دأجـ) ← ②

"محيطيتان مشتركتان في (⌒جـهـ)"

من ①، ② ∴ ق(∠دنجـ) = ق(∠هـبجـ)



(٣٧) فى الشكل المقابل :



أء = أحـ ، أو ينصف (ب أ حـ)

أثبت أن :

(١) ءهـ = هـ حـ

(٢) الشكل ءب و هـ رباعى دائرى

البرهان

فى ΔΔ أءهـ ، أحـ هـ فيهما :

(١) ق(ء أ هـ) = ق(هـ أ حـ)

(٢) أء = أحـ

(٣) أهـ ضلع مشترك ∴ Δ أءهـ ≡ Δ أحـ هـ

وينتج من التطابق أن : ءهـ = هـ حـ (أولاً)

∵ ق(حـ) = ق(و) ← ①

"محيطيتان مشتركتان فى (أب)"

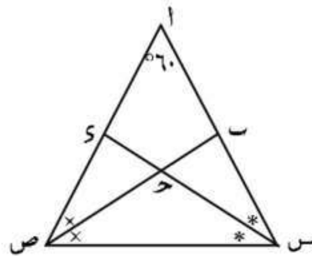
∵ ق(حـ) = ق(أءهـ) ← ② "من التطابق"

∴ ق(أءهـ) = ق(و)

∵ (أءهـ) خارجة عن الشكل ءب هـ و

∴ أ س ص حـ رباعى دائرى (ثانياً)

(٣٨) فى الشكل المقابل :



Δ أ س ص فيه :

ق(أ) = ٦٠°

، س ء ينصف (أ س ص)

، ص ب ينصف (أ ص س)

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

البرهان

فى Δ أ س ص

∵ ق(س) + ق(ص) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

، ∵ س ء ينصف (س) ، ∵ ص ب ينصف (ص)

∴ ق(حـ س ص) + ق(حـ ص س) = ٦٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق(س حـ ص) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ ب ص ، س ء متقاطعين فى حـ

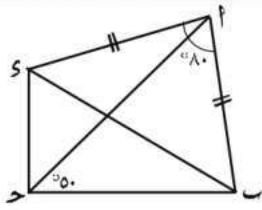
∴ ق(ب حـ ء) = ق(س حـ ص) = ١٢٠° بالتقابل بالرأس

∴ ق(أ) + ق(ب حـ ء) = ١٨٠°

وهما زاويتان متقابلتين متكاملتين

∴ أ ب حـ ء رباعى دائرى

(٣٩) فى الشكل المقابل :



أب = أء

، ق(ء أ ب) = ٨٠°

، ق(أ حـ ب) = ٥٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

البرهان

∵ أب = أء

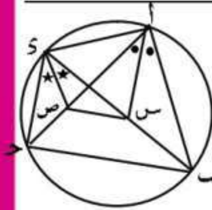
∴ ق(أ ب ء) = ق(أ ء ب) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠°

∵ ق(أ ء ب) = ق(أ حـ ب) = ٥٠°

وهما مرسومتان على القاعدة أب وفى جهة واحدة

∴ الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

(٤٠) فى الشكل المقابل :



أس ينصف (ب أ حـ)

، ء ص ينصف (ب ء حـ)

أثبت أن : الشكل أ س ص ء رباعى دائرى

البرهان

∵ ق(ب أ حـ) = ق(ب ء حـ)

"محيطيتان مشتركتان فى (ب حـ)"

∵ أس ينصف (ب أ حـ) ، ∵ ء ص ينصف (ب ء حـ)

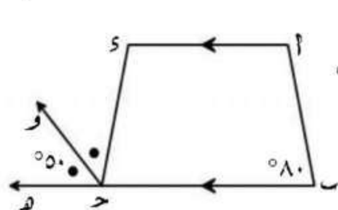
∴ $\frac{١}{٢}$ ق(أ) = $\frac{١}{٢}$ ق(ء)

∴ ق(س أ ص) = ق(ص ء س)

وهما مرسومتان على القاعدة س ص وفى جهة واحدة

∴ الشكل أ س ص ء رباعى دائرى

(٤١) فى الشكل المقابل :



أء // ب حـ ، ق(ب) = ٨٠°

، حـ و ينصف (ء حـ هـ)

، ق(و حـ هـ) = ٥٠°

أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء رباعى دائرى

البرهان

∵ حـ و ينصف (ء حـ هـ)

∴ ق(ء حـ هـ) = ٢ × ٥٠° = ١٠٠°

، ∵ أء // حـ هـ ، حـ ء قاطع لهما

∴ ق(ء) + ق(ء حـ هـ) = ١٠٠° بالتبادل

∵ ق(ب) + ق(ء) = ١٨٠° ∴ أ ب حـ ء رباعى دائرى

٤٢ فى الشكل المقابل :

أب قطر ، ء ∈ ←أب→

، ←ءح→ مماساً للدائرة عند ح

، هـ ∈ ←حب→ بحيث ءهـ = ءح

أثبت أن : الشكل أ ح ء هـ رباعى دائرى

البرهان

∴ ق(∠ءحب) = ق(∠حأب) ← ①

" مماسية ومحيطية مشتركتان فى (⌒بح) "

، ∵ حء = ءهـ ∴ ق(∠ءحب) = ق(∠ءهـب) ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠حأب) = ق(∠ءهـب)

وهما مرسومتان على القاعدة ‾حء‾ وفى جهة واحدة

∴ أ ح ء هـ رباعى دائرى

٤٢ فى الشكل المقابل :

←أب→ ، ←أح→ مماسان للدائرة

، ق(∠بأح) = ٧٠°

، بح = بء أوجد : ق(∠أبء)

البرهان

∵ ←أب→ ، ←أح→ مماسان للدائرة ∴ أب = أح

∴ ق(∠أبح) = ق(∠أحب) = (١٨٠° − ٧٠°) / ٢ = ٥٥°

∵ ق(∠ء) = ق(∠أبح) = ٥٥°

" مماسية ومحيطية مشتركتان فى (⌒بح) "

، ∵ بح = بء ∴ ق(∠بحء) = ق(∠ء) = ٥٥°

∴ ق(∠حبء) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق(∠أبء) = ٥٥° + ٧٠° = ١٢٥°

٤٤ فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان

متقاطعتان فى أ ، ب

، ‾حء‾ يمر بالنقطة ب

أثبت أن :

الشكل أ و س هـ رباعى دائرى

العمل نرسم ‾أب‾

البرهان

فى الدائرة م ∵ هـ ح ب أ رباعى دائرى

∴ ق(∠س هـ أ) الخارجة = ق(∠حبأ) الداخلة المقابلة

فى الدائرة ن ∵ أ ب ء و رباعى دائرى

∴ ق(∠س و أ) الخارجة = ق(∠أبء) الداخلة المقابلة

∵ ق(∠حبأ) + ق(∠أبء) = ١٨٠°

∴ ق(∠س هـ أ) + ق(∠س و أ) = ١٨٠°

∴ أ و س هـ رباعى دائرى

٤٥ فى الشكل المقابل :

أ ب ح ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ ‾بح‾

بحيث أب = أهـ

، ق(∠بأهـ) = ٤٠°

أوجد :

أولاً : ق(∠أهـب) ، ق(∠ء)

ثانيا : أثبت أن الشكل أ هـ ح ء رباعى دائرى

البرهان

∵ أب = أهـ

∴ ق(∠أبهـ) = ق(∠أهـب) = (١٨٠° − ٤٠°) / ٢ = ٧٠°

∵ أ ب ح ء متوازى أضلاع

∴ ق(∠ء) = ق(∠أبهـ) = ٧٠°

∵ ق(∠أهـح) خارجة عن Δ أ ب هـ

∵ ق(∠أهـح) = ٤٠° + ٧٠° = ١١٠°

∴ ق(∠أهـح) + ق(∠ء) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

∴ أ هـ ح ء رباعى دائرى

٤٦ فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه أب = أح

، ←بس→ ينصف (∠ب)

ويقطع ‾أح‾ فى س

، ←حص→ وينصف (∠ح)

ويقطع ‾أب‾ فى ص

أثبت أن : ① الشكل ب ح س ص رباعى دائرى

② ‾بح‾ // ‾ص س‾

البرهان

∵ أب = أح ∴ ق(∠ب) = ق(∠ح)

∵ ←بس→ ينصف (∠ب) ، ←حص→ ينصف (∠ح)

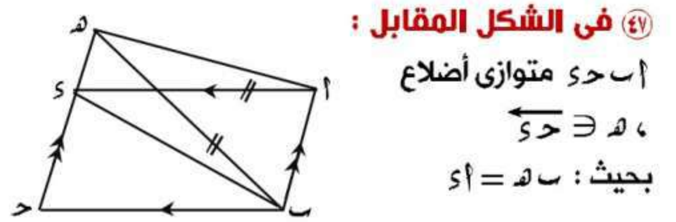
∴ ½ ق(∠ب) = ½ ق(∠حـ)

∴ ق(∠س ب ص) = ق(∠ص حـ س)

وهما مرسومتان على القاعدة س ص وفى جهة واحدة

∴ س حـ ب ص رباعى دائرى

⑰ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، هـ ∈ حـ ء (الشعاع)

بحيث : ب هـ = أ ء

أثبت أن : الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى

البرهان

∵ أ ب حـ ء متوازى أضلاع

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) ← ①

∵ أ ء = ب هـ ، أ ء = ب حـ ∴ ب هـ = ب حـ

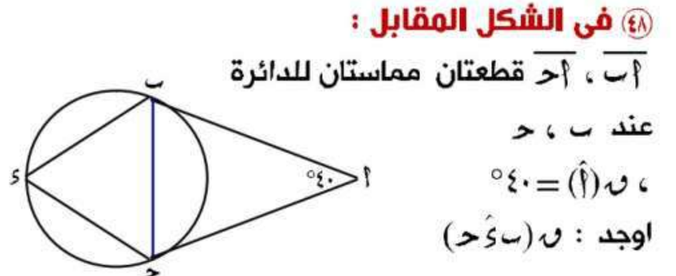
∴ ق(∠حـ) = ق(∠ب هـ حـ) ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠أ) = ق(∠ب هـ حـ)

وهما مرسومتان على القاعدة ب ء وفى جهة واحدة

∴ أ ب ء هـ رباعى دائرى

⑱ فى الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة

عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٤٠°

اوجد : ق(∠ب ء حـ)

البرهان

∵ أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان عند ب ، حـ

∴ أ ب = أ حـ

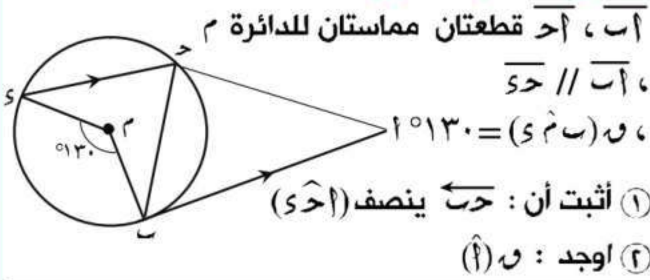
∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = (١٨٠° − ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ب ء حـ) = ٧٠°

"محيطية ومماسية مشتركتان فى (ب حـ)"



㊾ فى الشكل المقابل :



أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان للدائرة م

، أ ب // حـ ء

، ق(∠ب م ء) = ١٣٠°

① أثبت أن : حـ ب (الشعاع) ينصف (∠أ حـ ء)

② اوجد : ق(∠أ)

البرهان

∵ ق(∠ب حـ ء) = ½ ق(∠ب م ء) = ٦٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى (ب ء)"

، ∵ حـ ء // أ ب

∴ ق(∠ب حـ ء) = ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° بالتبادل ← ①

∵ أ ب ، أ حـ قطعتان مماستان عند ب ، حـ

∴ أ ب = أ حـ

∴ ق(∠أ حـ ب) = ق(∠أ ب حـ) = ٦٥° ← ②

∴ حـ ب (الشعاع) ينصف (∠أ حـ ء)

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ٦٥° − ٦٥° = ٥٠°

㊿ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة م

م أ ، م ب نصفى قطرين فيهما

، ق(∠م أ ب) = ٣٠° ، س ∈ (القوس أ ب)

أوجد:

ق(∠أ م ب) ، ق(∠أ حـ ب) ، ق(∠أ س ب) ، ق(القوس أ حـ ب)

البرهان

∵ م أ = م ب "أنصاف أقطار"

∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = ٣٠°

∴ ق(∠أ م ب) = ١٨٠° − ٣٠° − ٣٠° = ١٢٠°

∴ ق(∠أ حـ ب) = ½ ق(∠أ م ب) = ١٢٠° ÷ ٢ = ٦٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان فى (أ ب)"

∵ أ س ب حـ رباعى دائرى

∴ ق(∠أ س ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∴ ق(القوس أ حـ ب) = ٢ق(∠أ س ب) = ٢ × ١٢٠° = ٢٤٠°

٥١ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{سـ أ}$ ، $\overleftrightarrow{سـ ب}$ مماسان للدائرة عند أ ، ب

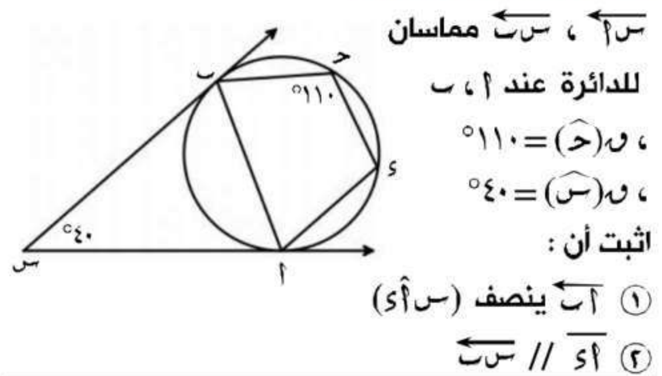
، ق$(\widehat{حـ}) = ١١٠°$

، ق$(\widehat{سـ}) = ٤٠°$

اثبت أن :

(١) $\overleftrightarrow{أ ب}$ ينصف $(\widehat{سـ أ ء})$

(٢) $\overline{أ ء} \parallel \overleftrightarrow{سـ ب}$



البرهان

∵ $\overline{سـ أ}$ ، $\overline{سـ ء}$ قطعتان مماستان عند أ ، ب

∴ سـ أ = سـ ب

∴ ق$(\widehat{سـ أ ب})$ = ق$(\widehat{أ ب سـ})$ $= \frac{١٨٠° - ٤٠°}{٢} = ٧٠°$

∴ أ ء حـ ب رباعى دائرى

∴ ق$(\widehat{ء أ حـ}) = ١٨٠° - ١١٠° = ٧٠°$

∴ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ينصف $(\widehat{سـ أ ء})$

، ∵ ق$(\widehat{حـ ب سـ})$ = ق$(\widehat{سـ}) = ١٤٠° + ٤٠° = ١٨٠°$

وهما فى وضع تداخل

∴ $\overline{أ ء} \parallel \overleftrightarrow{سـ ب}$

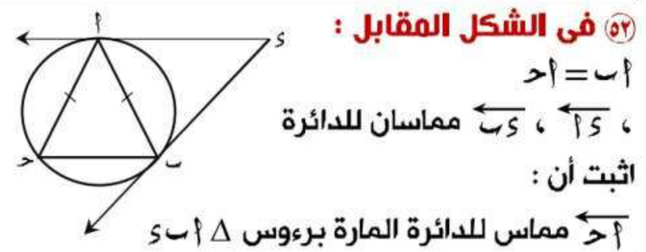
٥٢ فى الشكل المقابل :

أ ب = أ حـ

، $\overleftrightarrow{ء أ}$ ، $\overleftrightarrow{ء ب}$ مماسان للدائرة

اثبت أن :

$\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برءوس Δ أ ب ء



البرهان

∵ $\overleftrightarrow{ء أ}$ ، $\overleftrightarrow{ء ب}$ مماسان للدائرة

∴ ء أ = ء ب ∴ ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٢})$

، ∵ ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٤})$

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى $(\overset{\frown}{أ ب})$"

، ∵ أ ب = أ حـ ∴ ق$(\hat{٣})$ = ق$(\hat{٤})$

، ∵ ق$(\hat{١})$ = ق$(\hat{٤})$ ∴ ق$(\hat{٢})$ = ق$(\hat{٣})$

∴ ق$(\hat{ء})$ = ق$(\widehat{ب أ حـ})$

∴ $\overleftrightarrow{أ حـ}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

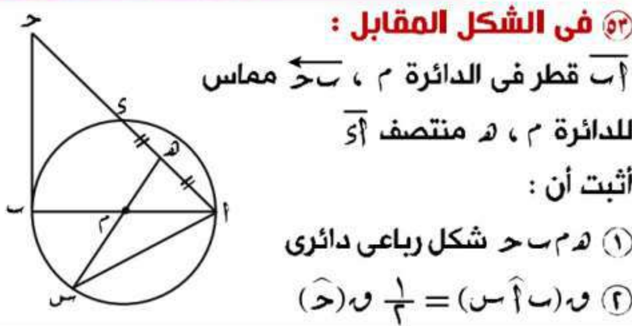
٥٣ فى الشكل المقابل :

$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$ مماس للدائرة م ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$

أثبت أن :

(١) هـ م ب حـ شكل رباعى دائرى

(٢) ق$(\widehat{ب أ سـ}) = \frac{١}{٢}$ ق$(\widehat{حـ})$



البرهان

∵ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ مماس للدائرة عند ب ، ∴ $\overline{م ب}$ نصف قطر

∴ $\overline{م ب} \perp \overline{ب حـ}$ ∴ ق$(\widehat{م ب حـ}) = ٩٠°$

، ∵ هـ منتصف $\overline{أ ء}$ ∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ء}$

∴ ق$(\widehat{م هـ ء}) = ٩٠°$

∴ ق$(\widehat{م ب حـ})$ + ق$(\widehat{م هـ ء}) = ١٨٠°$

∴ هـ م ب حـ رباعى دائرى

∵ ق$(\widehat{سـ م حـ})$ الخارجة = ق$(\widehat{حـ})$ الداخلة ← (١)

، ∵ ق$(\widehat{سـ أ ب}) = \frac{١}{٢}$ ق$(\widehat{سـ م ب})$ ← (٢)

"محيطية ومركزية مشتركتان فى $(\overset{\frown}{سـ ب})$"

من (١) ، (٢) ∴ ق$(\widehat{ب أ سـ}) = \frac{١}{٢}$ ق$(\widehat{حـ})$

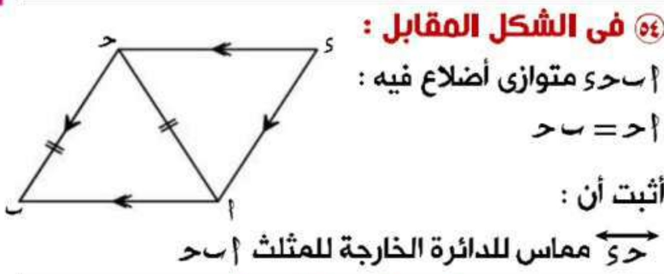
٥٤ فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

أ حـ = ب حـ

أثبت أن :

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ



البرهان

∵ أ حـ = حـ ب

∴ ق$(\widehat{حـ أ ب})$ = ق$(\widehat{حـ ب أ})$ ← (١)

∴ $\overline{حـ ء} \parallel \overline{أ ب}$

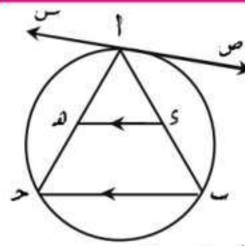
∴ ق$(\widehat{حـ أ ب})$ = ق$(\widehat{ء حـ أ})$ بالتبادل ← (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق$(\widehat{ء حـ أ})$ = ق$(\widehat{حـ أ ب})$

∴ $\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

⑤⑤ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

، $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ مماساً للدائرة عند أ

$\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ أثبت أن :

$\overleftarrow{\text{أ س}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

البرهان

∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ ق($\hat{\text{حـ}}$) = ق(∠ ء هـ أ) بالتناظر ⟵ ①

، ∵ ق(∠ ص أ ب) = ق($\hat{\text{حـ}}$) ⟵ ②

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)"

من ① ، ② ∴ ق(∠ ص أ ء) = ق(∠ أ هـ ء)

∴ $\overleftarrow{\text{أ س}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ء ، هـ

⑤⑥ فى الشكل المقابل :

ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، أ حـ = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم

، ق(∠ ب أ ء) = ٦٠°

أثبت أن : $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ

البرهان

∵ Δ ب أ حـ قائم الزاوية فى أ

، ∵ أ حـ = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم ∴ أ حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∴ ق($\hat{\text{ب}}$) = ٣٠°

∴ ق($\hat{\text{حـ}}$) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠°

∵ ق(∠ ب أ ء) = ق($\hat{\text{حـ}}$)

∴ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

⑤⑦ فى الشكل المقابل :

هـ ب = ء أ

أثبت أن : حـ ء = حـ هـ

البرهان

∵ هـ ب = ء أ

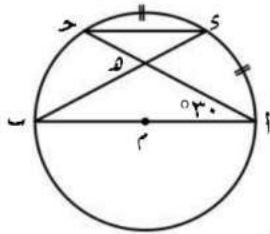
∴ ق($\overset{\frown}{\text{هـ ب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ء أ}}$) وبإضافة ق($\overset{\frown}{\text{هـ ء}}$)

∴ ق($\overset{\frown}{\text{هـ ء أ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ء هـ ب}}$) ∴ ق($\hat{\text{أ}}$) = ق($\hat{\text{ب}}$)

، ∵ أ ب = ب حـ ⟵ ① ∴ هـ ب = ء أ ⟵ ②

وبالطرح ∴ حـ هـ = حـ ء

⑤⑧ فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م

، ق(∠ حـ أ ب) = ٣٠°

، ء منتصف $\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$

، $\overline{\text{ء ب}}$ ∩ $\overline{\text{أ حـ}}$ = {هـ}

① أوجد : ق(∠ ب ء حـ) ، ق($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$)

② أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

البرهان

∵ ق(∠ ب ء حـ) = ق(∠ حـ أ ب) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان فى ($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)"

∴ ق($\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$) = ٢ ق(∠ حـ أ ب) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

، ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ ء ب}}$) = ١٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ ء حـ}}$) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

، ∵ ء منتصف ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$)

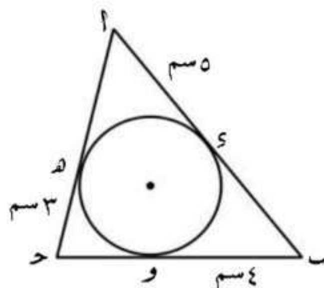
∴ ق($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{ء حـ}}$) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(∠ ء حـ أ) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = $\frac{٦٠°}{٢}$ = ٣٠°

∵ ق(∠ ء حـ أ) = ق(∠ حـ أ ب) = ٣٠° وهما فى وضع تبادل

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$

⑤⑨ فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ مرسوم خارج الدائرة م

التى تمس أضلاعه

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

فى ء ، هـ ، و على الترتيب

، أ ء = ٥ سم ، ب هـ = ٤ سم

، حـ و = ٣ سم أوجد : محيط Δ أ ب حـ

البرهان

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ قطعتان مماستان عند ء ، هـ

∴ أ ء = أ هـ = ٥ سم

∵ $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ قطعتان مماستان عند ء ، و

∴ ب ء = ب و = ٤ سم

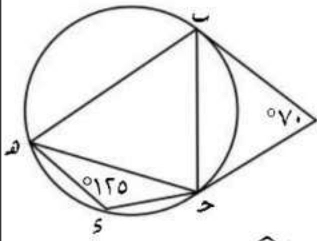
∵ $\overline{\text{حـ و}}$ ، $\overline{\text{حـ هـ}}$ قطعتان مماستان عند و ، هـ

∴ حـ و = حـ هـ = ٣ سم

∴ محيط Δ أ ب حـ = أ ب + ب حـ + أ حـ

= ٩ + ٧ + ٨ = ٢٤ سم

⑥⓪ **في الشكل المقابل :**



أب ، أحـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، حـ

، ق(∠أ) = ٧٠°

، ق(∠حـ ء هـ) = ١٢٥°

أثبت أن : (١) ب حـ ينصف ق(∠أ ب هـ)

(٢) حـ ب = حـ هـ

البرهان

∵ أب ، أحـ قطعتان مماستان عند ب ، حـ

∴ أب = أحـ

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠أ حـ ب) = (١٨٠° − ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°

∵ ب حـ ء هـ رباعي دائري

∴ ق(∠حـ ب هـ) + ق(∠ء) = ١٨٠°

∴ ق(∠حـ ب هـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠حـ ب هـ) = ٥٥°

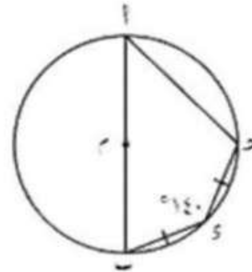
∴ ب حـ ينصف (∠أ ب هـ)

∵ ق(∠ب هـ حـ) = ق(∠أ حـ ب) = ٥٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب حـ)"

∴ ق(∠حـ ب هـ) = ق(∠حـ هـ ب)   ∴ حـ ب = حـ هـ

⑥① **في الشكل المقابل :**



أب قطر في دائرة م

، ق(ب ء) = ق(حـ ء)

، ق(∠ب ء حـ) = ١٤٠°

أوجد : (١) ق(∠أ ب حـ)

(٢) ق(∠أ ب ء)

البرهان

∵ أ ب ء حـ رباعي دائري ∴ ق(∠أ) + ق(∠حـ ء ب) = ١٨٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ١٤٠° = ٤٠°

، ∵ أب قطر في الدائرة م

∴ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

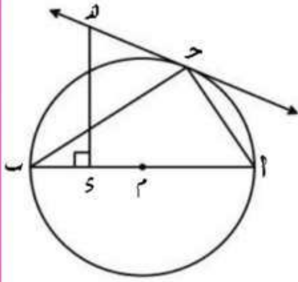
∴ ق(∠أ ب حـ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٤٠° = ٥٠°

∴ ق(حـ ء) = ق(ء ب)   ∴ حـ ء = ء ب

∴ ق(∠ء ب حـ) = ق(∠ء حـ ب) = (١٨٠° − ١٤٠°) ÷ ٢ = ٢٠°

∴ ق(∠أ ب ء) = ٥٠° + ٢٠° = ٧٠°

⑥② **في الشكل المقابل :**



أب قطر في دائرة م

، حـ هـ مماس للدائرة عند حـ

رسم هـ ء ⊥ أب

بحيث : هـ ء ∩ حـ ب = {و}

أثبت أن :

(١) الشكل أ ء و حـ رباعي دائري

(٢) المثلث هـ حـ و متساوي الساقين

البرهان

∵ ق(∠أ حـ ب) = ٩٠° " مرسومة في نصف دائرة"

، ∵ هـ ء ⊥ أب   ∴ ق(∠و ء ب) = ٩٠°

∵ ق(∠ب م حـ) الخارجة = ق(∠حـ) الداخلة المقابلة

∴ أ ء و حـ رباعي دائري

∵ ق(∠هـ حـ ب) = ق(∠حـ أ ب) ← (١)

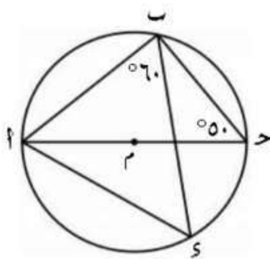
"مماسية ومحيطية مشتركتان في (حـ ب)"

ومن الشكل الرباعي الدائري أ ء و حـ

∴ ق(∠هـ حـ ب) = ق(∠هـ و حـ) ← (٢)

من (١) ، (٢)   ∴ △ هـ حـ و متساوي الساقين

⑥③ **في الشكل المقابل :**



أحـ قطر في دائرة م

، ق(∠حـ) = ٥٠°

، ق(∠أ ب ء) = ٦٠°

أوجد بالبرهان :

ق(∠حـ ب ء) ، ق(∠ب أ ء)

البرهان

∵ أحـ قطر في الدائرة م

∴ ق(∠حـ ب أ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠حـ ب ء) = ٩٠° − ٦٠° = ٣٠°

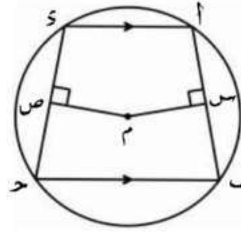
∴ ق(∠ب أ حـ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

∵ ق(∠حـ ب ء) = ق(∠حـ أ ء) = ٣٠°

"محيطيتان مشتركتان في (حـ ء)"

∴ ق(∠ب أ ء) = ٤٠° + ٣٠° = ٧٠°

(٦٤) فى الشكل المقابل :



دائرة م فيها :

أء // ب حـ

م س ⊥ أب ، م ص ⊥ ء حـ

أثبت أن : م س = م ص

البرهان

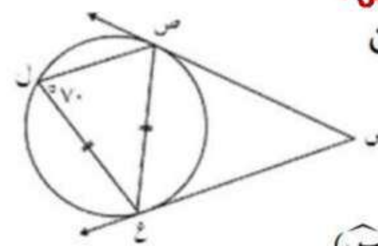
∵ أء // ب حـ

∴ ق(أب⌒) = ق(ء حـ⌒) ∴ أب = ء حـ ← (١)

، ∵ م س ⊥ أب ، م ص ⊥ ء حـ ← (٢)

∴ م س = م ص

(٦٥) فى الشكل المقابل :



س ص ، س ع مماسان

للدائرة عند ص ، ع

، ص ع = ل ع

، ق(∠ل) = ٧٠°

(١) أوجد بالبرهان : ق(∠س)

(٢) أثبت أن : س ع // ص ل

البرهان

∵ ق(∠ص ع س) = ق(∠ص ل ع) = ٧٠°

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ص ع⌒)"

∵ س ص ، س ع مماسان للدائرة عند ص ، ع

∴ س ص = س ع

∵ ق(∠س ص ع) = ق(∠س ع ص) = ٧٠°

∴ ق(∠س) = ١٨٠° − ٧٠° − ٧٠° = ٤٠°

، ∵ ص ع = ل ع

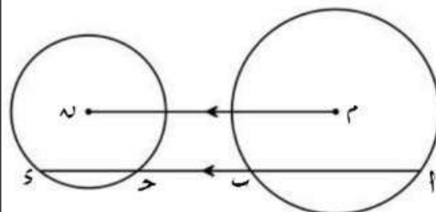
∴ ق(∠ع ص ل) = ق(∠ع ل ص) = ٧٠°

∴ ق(∠ع ص ل) = ق(∠ص ع س) = ٧٠° "فى وضع تبادل"

∴ س ع // ص ل

(٦٦) فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متطابقتان رسم أب // م ن



قطع الدائرة م

فى أ ، ب

وقطع الدائرة ن

فى حـ ، ء

أثبت أن : أحـ = ب ء

العمل نرسم م هـ ⊥ أب ، ن و ⊥ حـ ء

البرهان

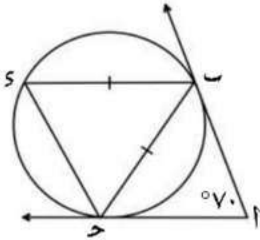
∵ هـ و // م ن ، م هـ ⊥ أب ، ن و ⊥ حـ ء

∴ م هـ // ن و ∴ الشكل م ن و هـ مستطيل

∴ م هـ = ن و ، ∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

∴ أب = حـ ء وبإضافة ب حـ للطرفين ∴ أحـ = ب ء

(٦٧) فى الشكل المقابل :



أب ، أحـ

مماسان للدائرة م

، ق(∠ب أ حـ) = ٧٠°

أوجد : ق(أب ء⌒)

البرهان

∵ أب ، أحـ مماسان للدائرة م

∴ ق(∠أحـ ب) = $\frac{١٨٠° - ٧٠°}{٢}$ = ٥٥°

∴ ق(∠ب ء حـ) = ق(∠أحـ ب) = ٥٥°

"مماسية ومحيطية مشتركتان فى (ب حـ⌒)"

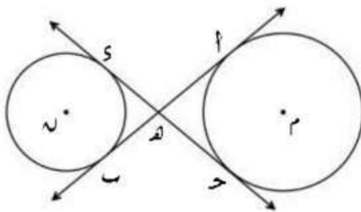
، ∴ ب حـ = ب ء

∴ ق(∠ب حـ ء) = ق(∠ب ء حـ) = ٥٥°

∴ ق(∠حـ ب ء) = ١٨٠° − ٥٥° − ٥٥° = ٧٠°

∴ ق(∠أب ء) = ٥٥° + ٧٠° = ١٢٥°

(٦٨) فى الشكل المقابل :



أب ، حـ ء مماسان

للدائرتين م ، ن

أثبت أن :

أب = حـ ء

البرهان

∵ هـ أ ، هـ حـ مماسان للدائرة م

∴ هـ أ = هـ حـ ← (١)

، ∵ هـ ب ، هـ ء مماسان للدائرة ن

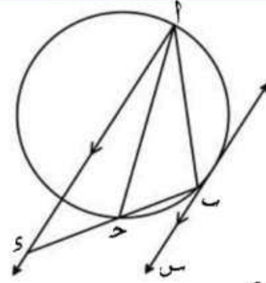
∴ هـ ب = هـ ء ← (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ هـ أ + هـ ب = هـ حـ + هـ ء

∴ أب = حـ ء

(٦٩) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ مرسوم داخل دائرة

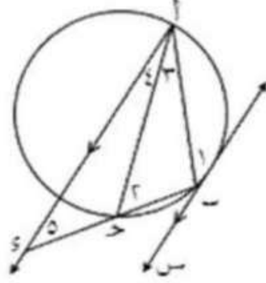
$\overleftrightarrow{ب س}$ مماس للدائرة عند ب

، $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب س}$

أثبت أن :

$\overline{أ ب}$ مماسة للدائرة برؤوس Δ أ جـ ء

البرهان



∵ $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب س}$

∴ ق($\hat{1}$) = ق($\hat{3}$) + ق($\hat{4}$)

، ∵ ($\hat{2}$) خارجة عن Δ أ جـ ء

∴ ق($\hat{2}$) = ق($\hat{4}$) + ق($\hat{5}$)

ولكن : ق($\hat{1}$) = ق($\hat{2}$)

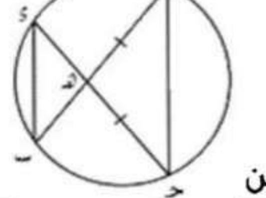
"مماسية ومحيطية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{أ ب}$)"

∴ ق($\hat{3}$) + $\cancel{ق(\hat{4})}$ = $\cancel{ق(\hat{4})}$ + ق($\hat{5}$)

∴ ق($\hat{3}$) = ق($\hat{5}$)

∴ $\overline{أ ب}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ أ جـ ء

(٧٠) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران متساويان

فى الطول فى الدائرة

، $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = {هـ}

أثبت أن : Δ أ جـ هـ متساوى الساقين

البرهان

∵ أ ب = جـ ء

∴ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ق($\overset{\frown}{جـ ء}$) وبطرح ق($\overset{\frown}{ب ء}$) من الطرفين

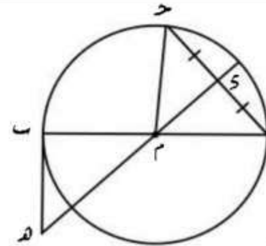
∴ ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق($\overset{\frown}{ب جـ}$)

∴ ق($\hat{جـ}$) = ق($\hat{أ}$)

"محيطيتان مقابلتان لقوسين متساويين فى القياس"

∴ Δ أ جـ هـ متساوى الساقين

(٧١) فى الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ قطر فى الدائرة م

، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ مماس عند ب

، ء منتصف $\overline{أ جـ}$

(١) أثبت أن : أ هـ ب ء رباعى دائرى

(٢) ق(∠ جـ م ب) = ٢ ق($\hat{هـ}$)

البرهان

∵ ء منتصف $\overline{أ جـ}$

∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ∴ ق(∠ أ ء هـ) = ٩٠°

∵ $\overleftrightarrow{ب هـ}$ مماس للدائرة م عند ب

، $\overline{م ب}$ نصف قطر

∴ $\overline{م ب}$ ⊥ $\overline{ب هـ}$ ∴ ق(∠ م ب هـ) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ م ب هـ)

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{أ هـ}$ وفى جهة واحدة

∴ أ هـ ب ء رباعى دائرى

ومن الرباعى الدائرى

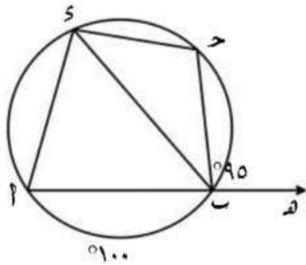
∴ ق($\hat{هـ}$) = ق(∠ جـ أ ب) مرسومتان على القاعدة $\overline{ب ء}$

∵ ق(∠ جـ م ب) = ٢ ق(∠ جـ أ ب)

"مركزية ومحيطية مشتركتان فى ($\overset{\frown}{ب جـ}$)"

∴ ق(∠ جـ م ب) = ٢ ق($\hat{هـ}$)

(٧٢) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى

مرسوم داخل دائرة

، ق(∠ هـ ب جـ) = ٩٥°

، ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ١٠٠°

أوجد : ق(∠ ب ء جـ)

البرهان

∵ أ ب جـ ء رباعى دائرى

∴ ق(∠ هـ ب جـ) الخارجة = ق(∠ جـ ء أ) الداخلة المقابلة

∴ ق(∠ جـ ء أ) = ٩٥°

∴ ق(∠ ب ء أ) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = $\frac{١٠٠°}{٢}$ = ٥٠°

∴ ق(∠ ب ء جـ) = ٩٥° − ٥٠° = ٤٥°

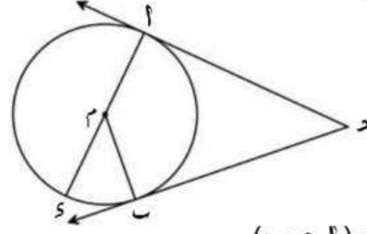
(٧٣) أوجد قياس القوس الذى يمثل ثلث قياس الدائرة ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحــل

قياس القوس = $\frac{1}{3}$ × ٣٦٠° = ١٢٠°

طول القوس = $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢١ = ٤٤ سم

⑭ في الشكل المقابل :



أء قطر في الدائرة م

، ح‌أ ، ح‌ب مماسان للدائرة عند أ ، ب

أثبت أن : ق(∠ب م ء) = ق(∠أ ح ب)

البرهان

∵ ح‌أ مماس للدائرة م عند أ ، م أ نصف قطر

∴ م أ ⊥ ح‌أ ∴ ق(∠ح أ م) = ٩٠°

∵ ح‌ب مماس للدائرة م عند ب ، م ب نصف قطر

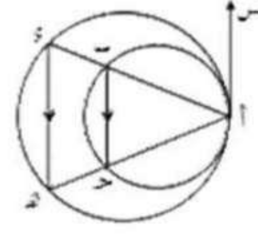
∴ م ب ⊥ ح‌ب ∴ ق(∠ح ب م) = ٩٠°

∵ ق(∠ح أ م) + ق(∠ح ب م) = ١٨٠°

∴ أ ح ب م رباعي دائري

∴ ق(∠ب م ء) الخارجة = ق(∠أ ح ب) الداخلة المقابلة

⑮ في الشكل المقابل :



دائرتان متماستان من الداخل في أ

، أس مماس مشترك لهما

أثبت أن : ب ح // ء هـ

البرهان

في الدائرة الصغرى

∵ ق(∠س أ ب) = ق(∠أ ح ب) ← ①

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أب)"

في الدائرة الكبرى

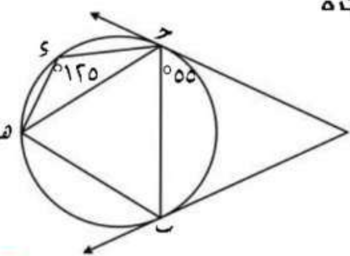
∵ ق(∠س أ ء) = ق(∠أ هـ ء) ← ②

"مماسية ومحيطية مشتركتان في (أء)"

∴ ق(∠أ ح ب) = ق(∠أ هـ ء) وهما في وضع تناظر

∴ ب ح // ء هـ

⑯ في الشكل المقابل :



أح ، أب مماسان للدائرة عند ح ، ب

، ق(∠أ ح ب) = ٥٥°

، ق(∠ح ء هـ) = ١٢٥°

(١) أثبت أن : أح // ب هـ

(٢) أثبت أن : ح ب = ح هـ

البرهان

∵ ح ب هـ ء رباعي دائري

∴ ق(∠ح ء هـ) + ق(∠ح ب هـ) = ١٨٠°

∴ ق(∠ح ب هـ) = ١٨٠° − ١٢٥° = ٥٥°

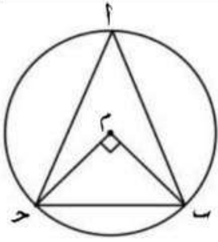
∵ ق(∠أ ح ب) = ق(∠ح ب هـ) وهما في وضع تبادل

∴ أح // ب هـ (أولاً)

∵ ق(∠ح هـ ب) = ق(∠أ ح ب) = ٥٥° "مماسية ومحيطية"

∴ ح ب = ح هـ (ثانياً)

⑰ في الشكل المقابل :



م دائرة

حيث (∠ب م ح) قائمة

أثبت أن :

ق(∠م ب ح) = ق(∠ب أ ح)

البرهان

∴ ق(∠ب أ ح) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ح) = ٤٥° ← ①

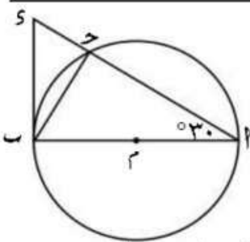
"محيطية ومركزية مشتركتان في (ب ح)"

، ∵ م ب = م ح = نق

∴ ق(∠م ب ح) = $\frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢}$ = ٤٥° ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠ب أ ح) = ق(∠م ب ح)

⑱ في الشكل المقابل :



أب قطر في الدائرة م

، ب ء مماس يقطع أح في ء

، ق(∠أ) = ٣٠°

أثبت أن : أب مماس للدائرة المارة برؤوس △ ب ح ء

البرهان

∴ أب قطراً في الدائرة م

∴ ق(∠أ ح ب) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠ح ب أ) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠° ← ①

، ∵ ب ء مماس للدائرة عند ب ، م ب نصف قطر

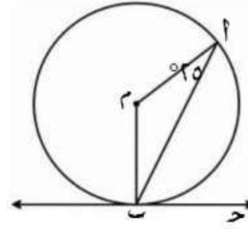
∴ م ب ⊥ ب ء ∴ ق(∠م ب ء) = ٩٠°

∴ ق(∠ء) = ١٨٠° − ٩٠° − ٣٠° = ٦٠° ← ②

∴ ق(∠ح ب أ) = ق(∠ء)

∴ أب مماس للدائرة المارة برؤوس △ ب ح ء

٧٩ **في الشكل المقابل :**



سحـ ↔ مماس للدائرة م

، ق(∠ب أ م) = ٣٥°

أوجد : ق(∠أ ب حـ)

البرهان

∵ م أ = م ب = نق

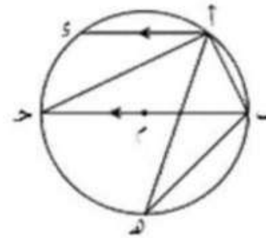
∴ ق(∠م أ ب) = ق(∠م ب أ) = ٣٥°

∴ ق(∠أ م ب) = ١٨٠° − ٣٥° − ٣٥° = ١٣٠°

∴ ق(∠أ ب حـ) = ½ ق(∠أ م ب) = ٦٥° ← ①

"مماسية ومركزية مشتركتان في (⌒أب)"

٨٠ **في الشكل المقابل :**



بحـ قطر في الدائرة م

، أء // بحـ

، ق(∠أ هـ ب) = ٢٥°

أوجد : ① ق(∠ب أ ء)

② ق(⌒أء)

البرهان

∵ ق(⌒أب) = ٢ق(∠أ هـ ب) = ٥٠°

∵ أء // بحـ ∴ ق(⌒أب) = ق(⌒ءحـ) = ٥٠°

∴ ق(∠ء أ حـ) = ½ ق(⌒ءحـ) = ٢٥°

∵ بحـ قطر في الدائرة م

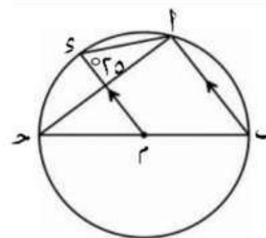
∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∴ ق(∠ب أ ء) = ٩٠° + ٢٥° = ١١٥°

∵ ق(⌒ب أ حـ) = ١٨٠°

∴ ق(⌒أء) = ١٨٠° − ٥٠° − ٥٠° = ٨٠°

٨١ **في الشكل المقابل :**



بحـ قطر في الدائرة م

، أب // م ء

، ق(∠ء أ حـ) = ٢٥°

أوجد : ق(∠أ حـ ب)

البرهان

∵ ق(∠ء م حـ) = ٢ق(∠ء أ حـ) = ٢ × ٢٥° = ٥٠°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (⌒حـء)"

∵ بحـ قطر في الدائرة م

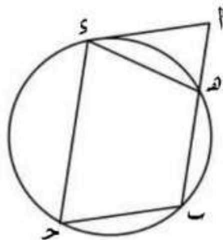
∴ ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° "محيطية مرسومة في نصف دائرة"

∵ أب // م ء

∴ ق(∠أ ب حـ) = ق(∠ء م حـ) = ٥٠° بالتناظر

∴ ق(∠أ حـ ب) = ١٨٠° − ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

٨٢ **في الشكل المقابل :**



أبحـء متوازي أضلاع

أثبت أن :

أء = هـء

البرهان

∵ أبحـء متوازي أضلاع

∴ ق(∠أ) = ق(∠حـ) ← ①

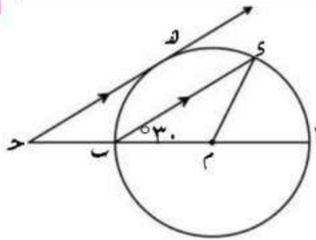
∵ هـبحـء رباعي دائري

∴ ق(∠أ هـ ء) الخارجة = ق(∠حـ) الداخلة المقابلة ← ②

من ① ، ②

∴ ق(∠أ) = ق(∠أ هـ ء)   ∴ أء = هـء

٨٣ **في الشكل المقابل :**



ق(∠ء ب أ) = ٣٠°

، حـهـ // ءب

، أب قطر في الدائرة م

أوجد : ق(∠أ م ء) ، ق(⌒بهـ)

البرهان

∵ ق(∠أ م ء) = ٢ق(∠أ ب ء) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∵ أب قطر في الدائرة م ∴ ق(⌒أ هـ ب) = ١٨٠°

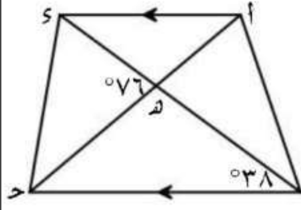
∴ ق(⌒ءب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

∵ حـهـ // ءب

∴ ق(⌒ءهـ) = ق(⌒هـب) = $\frac{١٢٠°}{٢}$ = ٦٠°



⑧④ في الشكل المقابل :



أ ب جـ د شكل رباعي فيه :

ق (∠ د هـ جـ) = ٧٦°

، ق (∠ د ب جـ) = ٣٨°

أثبت أن : أ ب جـ د رباعي دائري

البرهان

∵ (∠ د هـ جـ) خارجة عن Δ هـ ب جـ

∴ ق(∠ د هـ جـ) = ق(∠ هـ ب جـ) + ق(∠ هـ جـ ب)

∴ ق(∠ هـ جـ ب) = ٧٦° − ٣٨° = ٣٨°

∵ ، أ د // ب جـ

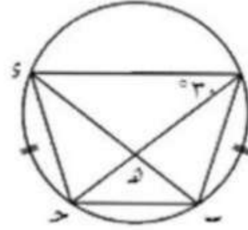
∴ ق(∠ أ د ب) = ق(∠ د ب جـ) = ٣٨° بالتبادل

∴ ق(∠ أ د ب) = ق(∠ أ جـ ب) = ٣٨°

وهما مرسومتان على القاعدة أ ب وفي جهة واحدة

∴ أ ب جـ د رباعي دائري

⑧⑤ في الشكل المقابل :



أ ب جـ د شكل رباعي

مرسوم داخل دائرة م

فإذا كان : ق (⌒أ ب) = ق (⌒د جـ)

، ق (∠ د أ جـ) = ٣٠°

① أثبت أن : أ جـ = ب د

② أوجد ق (∠ أ هـ د)

البرهان

∵ ق(⌒أ ب) = ق(⌒د جـ) وبإضافة ق(⌒ب جـ) للطرفين

∵ ق(⌒أ ب) + ق(⌒ب جـ) = ق(⌒د جـ) + ق(⌒ب جـ)

∵ ق(⌒أ جـ) = ق(⌒د ب)

∴ أ جـ = ب د

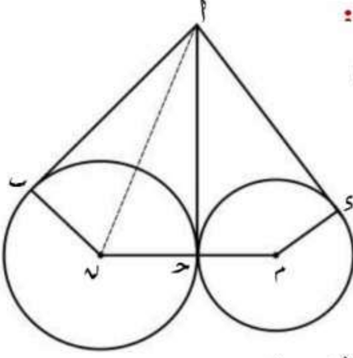
∵ ، ق(⌒أ ب) = ق(⌒د جـ)

∴ ق(∠ أ د ب) = ق(∠ د أ جـ) = ٣٠°

"محيطيتان أقواسهما متساوية في القياس"

∴ ق(∠ أ هـ د) = ١٨٠° − ٣٠° − ٣٠° = ١٢٠°

⑧⑥ في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متماستان

من الخارج في جـ

، أ د تمس الدائرة م

في د

، أ ب تمس الدائرة ن

في ب

فإذا كان : م ن = ٦ سم ، أ د = ٥ سم

① أثبت أن : أ د = أ جـ = أ ب

② أوجد محيط الشكل أ ب ن م د

③ أثبت أن : أ ن ينصف (∠ جـ ن ب)

البرهان

∵ أ د ، أ جـ قطعتان مماستان عند د ، جـ

∴ أ د = أ جـ ⟵ ①

∵ أ جـ ، أ ب قطعتان مماستان عند جـ ، ب

∴ أ د = أ جـ ⟵ ②

من ① ، ② ∴ أ د = أ جـ = أ ب

∵ م ن = ٦ سم ∴ د م + ب ن = ٦ سم

∴ محيط الشكل أ ب ن م د = ٦ + ٦ + ٥ + ٥ = ٢٢ سم

ΔΔ أ جـ ن ، أ ب ن فيهما

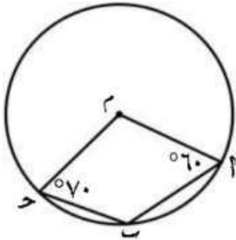
أ جـ = أ ب ، جـ ن = ب ن ، أ ن ضلع مشترك

∴ Δ أ جـ ن ≡ Δ أ ب ن

∴ ق(∠ أ ن جـ) = ق(∠ أ ن ب)

∴ أ ن ينصف (∠ جـ ن ب)

⑧⑦ في الشكل المقابل :



ق (∠ م أ ب) = ٦٠°

، ق (∠ م جـ ب) = ٧٠°

أوجد ق (∠ أ م جـ)

العمـــل نرسم م ب

البرهان

∵ م أ = م ب "أنصاف أقطار"

∵ ق(∠ م أ ب) = ق(∠ م ب أ) = ٦٠°

∵ ق(∠ أ م ب) = ١٨٠° − ٦٠° − ٦٠° = ٦٠°

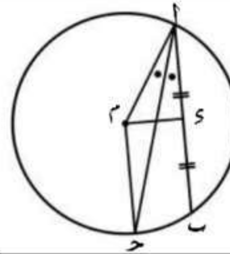
∵ م ب = م جـ "أنصاف أقطار"

∵ ق(م بَ حـ) = ق(م حـَ ب) = ٧٠°

∵ ق(ب مَ حـ) = ١٨٠° − ٧٠° − ٧٠° = ٤٠°

∴ ق(أ مَ حـ) = ٦٠° + ٤٠° = ١٠٠°

⑧⑧ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م

، $\overrightarrow{أحـ}$ ينصف (ب أَ م)

، ء منتصف $\overline{أب}$

أثبت أن : $\overline{ءم} \perp \overline{حـم}$

البرهان

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(أ ءَ م) = ٩٠°

∵ م أ = م حـ "أنصاف أقطار"

∵ ق(م أَ حـ) = ق(م حـَ أ) ← ①

∵ $\overrightarrow{أحـ}$ ينصف (ب أَ م)

∴ ق(ب أَ حـ) = ق(م أَ حـ) ← ②

من ① ، ②

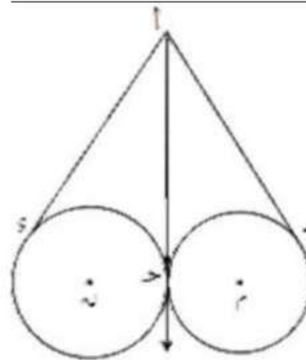
∴ ق(ب أَ حـ) = ق(م حـَ أ) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{م حـ}$ // $\overline{أب}$

∵ ق(ء مَ حـ) = ١٨٠° − ٩٠° = ٩٠° بالتداخل

∴ $\overline{ءم} \perp \overline{حـم}$

⑧٩ في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ مماسان للدائرة م

، $\overline{أحـ}$ ، $\overline{أء}$ مماسان للدائرة ن

، أب = ١٥سم

، أء = (ص − ٢) سم

، أحـ = (٢س − ٣) سم

أوجد قيمة : س ، ص

البرهان

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ مماسان للدائرة م

∴ أب = أحـ

∴ ٢س − ٣ = ١٥ ∴ ٢س = ١٨

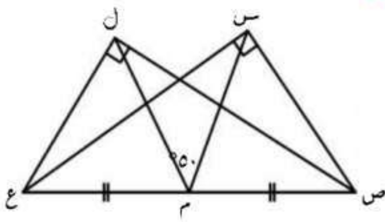
∴ س = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩

∵ $\overline{أحـ}$ ، $\overline{أء}$ مماسان للدائرة ن

∴ أحـ = أء ، ∵ أحـ = أب ∴ أء = أب

∴ ص − ٢ = ١٥ ∴ ص = ١٧

⑨٠ في الشكل المقابل :



ق(ص سَ ع) = ٩٠°

، ق(ع لَ ص) = ٩٠°

، ق(س مَ ص) = ٥٠°

، م منتصف $\overline{صع}$

أوجد : ق(س صَ ل)

البرهان

∵ ق(ص سَ ع) = ق(ص لَ ع) = ٩٠°

وهما مرسومتان على القاعدة $\overline{صع}$ وفي جهة واحدة

∴ س ص ع ل رباعي دائري

∵ $\overline{صع}$ قطراً في الدائرة ، م منتصف $\overline{صع}$

∴ ق(س صَ ل) = $\frac{١}{٢}$ ق(س مَ ل) = $\frac{١}{٢}$ × ٥٠° = ٢٥°

"محيطية ومركزية مشتركتان في (س ل)"



حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (3)

الترم الثانى





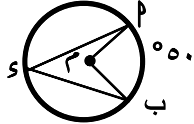
ثانياً : الهندسة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين

{١} الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ....

{ حادة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة ؛؛ قائمة }

{٢} في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ،



إذا كان : ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ٥٠° فإن ق (∠ أ ء ب) = ... °

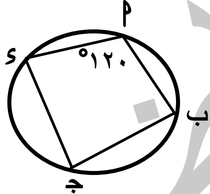
{ ٢٥ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٥٠ }

{٣} عدد محاور التماثل لأي دائرة هو .... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٤} إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التي طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ }

{٥} سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، وطول نصف قطرها أحدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الآخري = ... سم { ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١١ ؛؛ ١٦ }

{٦} في الشكل المقابل : إذا كان : ق (∠أ) = ١٢٠°



فإن : ق (∠جـ) = ... ° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ }

{٧} قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة = ... ° { ٣٦٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٩٠ }

{٨} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{٩} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متداخلتان أو متحدي المركز = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١٠} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١١} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ }

{١٢} عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتان = ... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٤ }

{١٣} قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ... °

المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

} ٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ {

{١٤} الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

} وترين ؛؛ مماسين ؛؛ وتر ومماس ؛؛ وتر وقطر {

{١٥} ٦ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ ٦) = ٦٠° فإن : ق (∠جـ) = ... °

} ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ {

{١٦} دائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفي قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن : م ن = ... سم } ١٤ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٩ {

{١٧} أكبر الأوتار طولاً في الدائرة يسمي ......} الوتر ؛؛ القطر ؛؛ نصف القطر ؛؛ المماس {

{١٨} مساحة المعين الذي طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ... سم^2} ٢ ؛؛ ١٤ ؛؛ ٢٤ ؛؛ ٤٨ {

{١٩} م ، ن دائرتان متباعدتان فإذا كان طولا نصفي قطريهما ٨ سم ، ٦ سم علي الترتيب فإن م ن .... ١٤ سم } > ؛؛ < ؛؛ = ؛؛ ⩽ {

{٢٠} قياس الزاوية المحيطية يساوي .... قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس } نصف ؛؛ ربع ؛؛ ضعف ؛؛ ثلث {

{٢١} طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية = ... طول الوتر

} $\frac{1}{2}$ ،، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛؛ ٢ ؛؛ $\sqrt{2}$ {

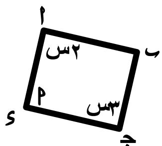
{٢٢} الزاوية التي قياسها ٤٠° تتمم زاوية قياسها ..... ° } ٣٢٠ ؛؛ ١٤٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٥٠ {

{٢٣} ٦ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ ٦) = $\frac{1}{2}$ ق (∠جـ) ،

فإن ق (∠ ٦) = ...° } ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ {

{٢٤} إذا كانت النسبة بين محيطي مربعي ١ : ٢ فإن النسبة بين مساحتيهما = ...

} ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ٤ ؛؛ ٤ : ١ {



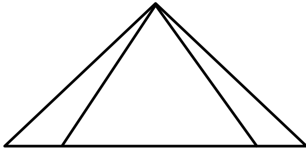
{٢٥} في الشكل المقابل : ٦ ب جـ ء شكل رباعي دائري ق(∠٦)=٢س

ق(∠جـ) = ٣س فإن قيمة س = ...

{٢٦} متوسط المثلث يقسم سطحه إلي مثلثين ....

{ متطابقين ؛؛ متساويين في المساحة ؛؛ متساويي الساقين ؛؛ قائمي الزاوية }

{٢٧} عدد المثلثات في الشكل المقابل :



{ ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٦ }

{٢٨} ∠ أ ، ∠ ب زاويتان متتامتان ∠ب ، ∠جـ زاويتان متكاملتان وكان ق(∠أ) = ٣٠°
فإن ق(∠جـ) = ... ° { ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{٢٩} يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ..... { معين؛؛ متوازي أضلاع ؛؛ شبه منحرف؛؛مستطيل}

{٣٠} إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، فإن م ن تكونان ....

{ متباعدتين ؛؛ متحدي المركز ؛؛ متماستين من الخارج ؛؛ متقاطعتين }

{ ٣١} محور تماثل الدائرة ......{ القطر؛؛الوتر؛؛المستقيم المار بالمركز؛؛المماس}

{٣٢} مربع طول قطره (١٠سم) فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}{٤٠؛؛ ١٠٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٨٠ }

{٣٣} دائرة أكبر وتر فيها طوله = ١٢ سم فإن محيط الدائرة = ... سم

{ ١٢ π ؛؛ ٦ π ؛؛ ٢٤ π ؛؛ ١٠ π }

{٣٤} يحتوي المثلث علي زاويتين... علي الأقل { حادتين ؛؛ منفرجتين ؛؛ قائمتين ؛؛ منعكستين}}

{٣٥} م ، ن دائرتان متقاطعتان طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن م ن ∈ ....

{] ٨ ، ∞ [؛؛] ٢ ، ∞ [؛؛] ٠ ، ٢ [؛؛] ٢ ، ٨ [}

{٣٦} قياس أي زاوية داخلة في المضلع السداسي المنتظم = ...° {٩٠ ؛؛ ١٠٨ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٣٥}

{٣٧}طول مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة

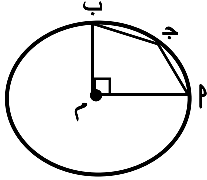
{ < ؛؛ ⩽ ؛؛ > ؛؛ ⩾ }

المستر في الرياضيات مستر/ عيون عبدالله

{٣٨} إذا كان Δ س ص ع ≃ Δ ﻡ ب جـ ، ق(∠ص) = ٦٠° ، ق(∠جـ)=٤٠°

فإن ق(∠س)= .... ° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٢٠ }

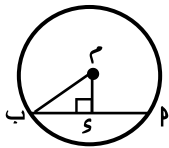
{٣٩} في الشكل المقابل : م دائرة فإذا كان ﻡم ⊥ م ب



فإن ق(∠ﻡ جـ ب) = ... م

{٤٠} النسبة بين قياسي الزاوية المركزية والزاوية المحيطية المشتركتين في نفس القوس في دائرة واحدة هي ...... { ٤ : ٢ ؛؛ ٢ : ٤ ؛؛ ٣ : ٢ ؛؛ ٢ : ٣ }

{٤١} في الشكل المقابل : ﻡ ب = ٨ سم ، م ب = ٥ سم

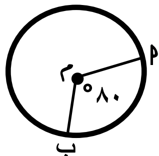


فإن مء = ... سم { ٥ ؛؛ ٤ ؛؛ ١٠ ؛؛ ٣ }

{٤٢} قياس الزاوية المركزية المرسومة في $\frac{١}{٣}$ دائرة = ... °

{ ٢٤٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ }

{٤٣} في الشكل المقابل : م دائرة ، ق(∠ﻡ م ب) = ٨٠°



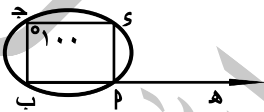
فإن ق (ﻡب⌒) = ... °

{٤٤} م ، ں دائرتان متماستان من الخارج فإذا كان طول نصف قطر أحدهما ٣ سم

م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الآخري = ... سم{ ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١١ ؛؛ ١٦ }

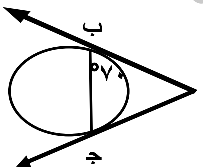
{٤٥} مساحة سطح الدائرة = ...{ π٢ نق ؛؛ πنق٢ ؛؛ ٢πنق٢ ؛؛ π نق }

{٤٦} في الشكل المقابل : هـ ∈ ب ﻡ ، ق(∠جـ)= ١٠٠°



فإن ق(∠ءﻡهـ) = ... ° { ٨٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ٢٠٠ }

{٤٧} في الشكل المقابل : إذا كان ﻡ ب ، ﻡ جـ مماسين للدائرة عند ب ، جـ



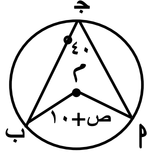
ق(∠ﻡ ب جـ) = ٧٠° ، فإن ق(∠ﻡ) = ... °{٨٠؛؛٧٠؛؛٦٠؛؛٤٠}

{٤٨} مثلث له محور تماثل واحد ، وأضلاعه هي ٨ سم ، ٤ سم ، س سم فإن س = ... سم

{ ٢ ؛؛ ٤ ؛؛ ٨ ؛؛ ١٢ }

{٤٩} مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = ... ° { ١٨٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ٣٦٠}

{٥٠} في الشكل المقابل : م دائرة ، ق(∠ج) = ٤٠°



فإن ق (∠ءم ب) = (ص+١٠)° فإن ص = ...° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ٧٠ ؛؛ ١٠ }

{٥١} عدد محاور التماثل نصف الدائرة هو ...... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٥٢} طول نصف قطر الدائرة التي مركزها نقطة الأصل والمارة بالنقطة (ـ٣ ، ٤)

= ...... وحدات طول { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٧ }

{٥٣} في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

{ متساويتين ؛؛ متتامتان ؛؛ متكاملتان ؛؛ متبادلتان }

{٥٤} مربع مساحته ١٠٠ سم^{٢} فإن محيطه = ... سم { ١٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٥٠ }

{٥٥}مثلث مساحته ٣٥ سم^{٢}،وارتفاعه ٧ سم ، فأن طول قاعدته = ... سم

{ ٥ ؛؛ ٧ ؛؛ ١٠ ؛؛ ٢٠ }

{٥٦} مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحة سطحه = ... { ٥٠سم^{٢} ؛؛ ٥٠سم ؛؛ ٢٥سم^{٢} ؛؛ ٢٥سم }

{٥٧} مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

{ منصفات زواياه الداخلية ؛؛ منصفات زواياه الخارجة ؛؛ ارتفاعاته ؛؛ محاور تماثل أضلاعه }

{٥٨} محور التماثل للوتر المشترك $\overline{ءب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ....

{ $\overleftrightarrow{مء}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{مب}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{من}$ ؛؛ $\overleftrightarrow{نء}$ }

{٥٩} عدد المستطيلات في الشكل هي ....

{ ٣ ؛؛ ٦ ؛؛ ٧ ؛؛ ١٠ }

{٦٠} قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ...°

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{ ٦٠ ؛؛ ١٠٨ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٣٥ }

{٦١} إذا كان محيط الدائرة هو ١٨ π سم فإن طول نصف قطرها = ... سم

{ ٧ ؛؛ ٩ ؛؛ ٣ ؛؛ ٦ }

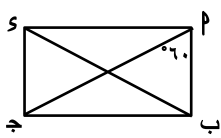
{٦٢} القطر هو ..... يمر بمركز الدائرة { مستقيم ؛؛ شعاع ؛؛ مماس ؛؛ وتر }

{٦٣} إذا كان Δ س ص ع فيه : ء منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{س ع}}$ فإن ءهـ = ... ص ع

{ $\frac{١}{٤}$ ؛؛ $\frac{١}{٣}$ ؛؛ $\frac{١}{٢}$ ؛؛ ٢ }

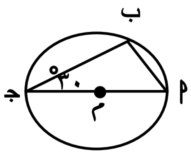
{٦٤} مساحة سطح المثلث الذي طول قاعدته ٩ سم ، ارتفاعه ١٢ سم = ... سم^{٢}

{ ٤٨ ؛؛ ٢٤ ؛؛ ٣٦ ؛؛ ٥٤ }



{٦٥} في الشكل المقابل : ﭐ ب جـ ء رباعي دائري، ق(∠ ب ﭐ جـ) = ٦٠°

فإن ق(∠ ب ء جـ) = ...° { ٣٠٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ }



{٦٦} في الشكل المقابل : $\overline{\text{ﭐ جـ}}$ قطر في الدائرة م ، ق(جـ) = ٣٠°

فإن ق(∠ﭐ) = ...° { ١٢٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ٤٠ }

{٦٧} عدد محاور تماثل المستطيل = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{٦٨}إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، ﭐ نقطة في مستوي الدائرة وكان م ﭐ = ٤ سم

فأن موضع نقطة ﭐ بالنسبة للدائرة ....الدائرة{ داخل ؛؛ خارج ؛؛ علي ؛؛ تنطبق علي المركز م}

{٦٩} المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة ....

{ متوازيان ؛؛ متساويان ؛؛ متطابقان ؛؛ متقاطعان }

{٧٠} إذا كانت $\overline{\text{ﭐ ب}}$ قطعة مستقيمة فإن عدد الدوائر التي يمكن رسمها لكي تمر بالنقطتين

ﭐ ، ب = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ عدد لا نهائي }

{٧١} إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون

المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

{ خارج الدائرة ؛؛ قاطع للدائرة ؛؛ مماس للدائرة ؛؛ محوراً للدائرة }

{٧٢} قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها = ... °

{ ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٤٠ }

{٧٣} النسبة بين قياسي الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركتين في نفس القوس في دائرة واحدة هي ...... { ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ١ ؛؛ ١ : ٣ }

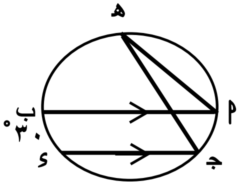
{٧٤} عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط ليست علي استقامة واحدة = ...

{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{٧٥} إذا كان طول قطر دائرة ٨سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٤ سم فإن ل يكون ......

{ مماساً للدائرة ؛؛ قاطع للدائرة ؛؛ يقع خارج الدائرة ؛؛ محور تماثل للدائرة }

{٧٦} في الشكل المقابل : $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران متوازيان



ق(⌒ءب) = ٣٠° فإن ق(∠أ هـ جـ) = ... °

{ ١٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ١٥ }

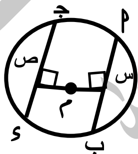
{٧٧} الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أصغر في الدائرة ....

{ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ حادة ؛؛ منعكسة }

{٧٨} الزاوية المحيطية التي تقابل قوساً أكبر في الدائرة ....

{ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ حادة ؛؛ منعكسة }

{٧٩} في الشكل المقابل : دائرة م ، أ ب = جـ ء ، م س ⊥ أب

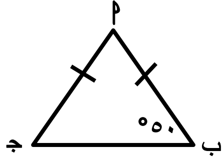


م ص ⊥ جـ ء فإن م س .... م ص { < ؛؛ > ؛؛ = ؛؛ ⊥ }

{٨٠} الوتر المار بمركز الدائرة يسمي ...... { مماساً ؛؛ قطراً ؛؛ نصف قطر ؛؛ ضلعاً }

{٨١} عدد محاور التماثل للمربع .... { ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ }

المستر في الرياضيات / عيون عبدالله



{٨٢} في الشكل المقابل : أ ب جـ Δ فيه أ ب = أ جـ

ق(∠ب) = ٥٠° ، فإن ق(∠أ) = ...° { ٨٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ٧٠ ؛؛ ١٠٠ }

{٨٣} Δ س ص ع فيه : (س ص)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ص ع)^{٢} فإن : ق(∠ع) = ...°

{ ٣٠ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٩٠ }

{٨٤} قياس القوس الذي يمثل ثلث قياس الدائرة =.....° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٤٠ }

{٨٥} عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط علي استقامة واحدة = ...

{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{٨٦} خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا علي .... المشترك وينصفه

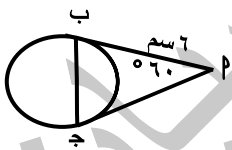
{ القطر ؛؛ المماس ؛؛ الوتر ؛؛ القوس }

{٨٧} المستقيمان المتوازيان لثالث .... { متخالفان ؛؛ متوازيان ؛؛ متقاطعان }

{٨٨} نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة .... من جهة القاعدة

{ ١ : ٢ ؛؛ ٢ : ١ ؛؛ ١ : ٣ ؛؛ ٣ : ٢ }

{٨٩} قياس القوس الذي يُمثل سدس قياس الدائرة = ... ° { ٦٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٢٠٠ }



{٩٠} في الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ مماسان ، ق(∠أ) = ٦٠° فإذا كان أ ب = ٤سم

، فإن ب جـ = ...سم { ٣ ؛؛ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٨ }

{٩١} إذا كان طولا نصفي قطري الدائرتين م ، ن هما نق$_{١}$ ، نق$_{٢}$ وكان م ن < نق$_{١}$ + نق$_{٢}$

فإن الدائرتين ..... { متماستين من الخارج ؛؛ متباعدتان ؛؛ متقاطعتين ؛؛ متماستين من الداخل}

{٩٢} القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة تكونان ......

{ متوازيتان ؛؛ متعامدان ؛؛ متساويتان ؛؛ غير متساويتان }

{٩٣} قياس الزاوية المركزية ...... قياس القوس المقابل لها { ضعف ؛؛ نصف ؛؛ يساوي ؛؛ اكبر من }

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٩٤} القطران متساويان في الطول وغير متعامدين في ....{ المربع ؛؛ المستطيل ؛؛ المعين }

{٩٥} الزاويتان ﺃ ، ب في △ ﺃ ب ﺟ القائم الزاوية في ﺟ يكونان ....

{ متكاملتين ؛؛ متتامتين ؛؛ متجاورتين ؛؛ متقابلتين بالرأس }

{٩٦} النسبة بين طول ضلع المربع إلي محيطه = ... { ١ : ٤ ؛؛ ٤ : ١ ؛؛ ١ :٣ ؛؛ ٣ : ١ }

{٩٧} قياس الزاوية المنعكسة للزاوية التي قياسها ١٠٠ ° =..... ° { ٨٠ ؛؛٩٠ ؛؛ ٢٠٠ ؛؛ ٢٦٠ }

{٩٨} إذا كانت النقطة ﺃ تقع علي الدائرة م التي قطرها ٨ سم فإن ﺃ م = ... سم

{ ٢ ؛؛ ٤ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ }

{٩٩} عدد محاور تماثل متوازي أضلاع هو .... { صفر ؛؛ ١ ؛؛ ٢ ؛؛٣ }

{١٠٠} إذا كان قياس إحدي زاويتي قاعدة مثلث المتساوي الساقين ٤٠ ° فإن قياس زاوية الرأس يساوي .... ° { ٤٠ ؛؛ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٤٠ }

{١٠١} إذا كانت : طا (س + ١٠) = $\sqrt{3}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... °

{ ٣٠ ؛؛ ٤٥ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٦٠ }

{١٠٢} نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة ...... : ...... من جهة الرأس

{ ٣ : ٩ ؛؛ ٣ : ١ ؛؛ ٤ : ٢ ؛؛ ٢ : ٤ }

{١٠٣} ﺃ ب ﺣ مثلث فيه $(ب ﺣ)^2 = (ﺃ ب)^2 + (ﺃ ﺣ)^2$ ، ق (∠ ب) = ٥٠° فإن ق (∠ ﺣ) = ...

{ ٩٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ١٣٠ }

{١٠٤} في الشكل المقابل :

ﺃ ب = ﺃ ﺣ ، $\overline{م ء} \perp \overline{ﺃ ب}$ ، $\overline{م و} \perp \overline{ﺃ ﺣ}$ وكانت م ء = ٦ سم

فإن م و = ... سم { ١٢ ؛؛ ٦ ؛؛ ٨ ؛؛ ٣ }

{١٠٥} مربع مساحته ٥٠ سم^2 فإن طول قطره = ... سم { ٥ ؛؛ ١٠ ؛؛ ١٥ ؛؛ ٢٥ }

{١٠٦} (∠ﺃ) ، (∠ ب) زاويتان متتامتان ، ق(∠ﺃ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب) فإن ق(∠ﺃ)

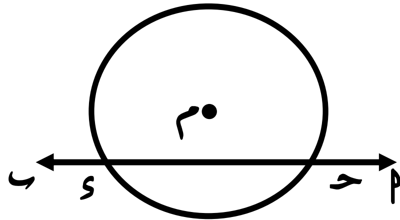
المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

.... ° { ٣٠ ؛؛ ٤٥ ؛؛ ٦٠ ؛؛ ٩٠ }

{١٠٧} Δ ﺃ ب حـ قائم الزاوية في ب ، ق(∠ حـ) = ٣٠ ° ، ﺃ حـ = ٦ سم ، فإن ﺃ ب= .... سم { ١٢ ؛؛ ٦ ؛؛ ٣ ؛؛ ٣ $\sqrt{٣}$ }

{١٠٨} إذا كان الشكل ﺃ ب حـ ء رباعي دائري فإن : ق(∠ ﺃ) + (∠ حـ) ـ ١٠٠ = ... °

{ ٨٠ ؛؛ ١٠٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٨٠ }



{١٠٩} $\overleftrightarrow{ﺃب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

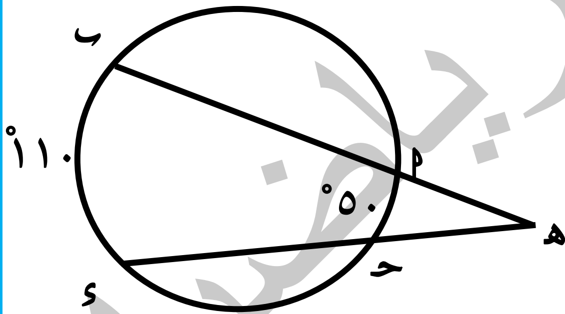
{ ∅ ؛؛ { حـ ، ء } ؛؛ $\overleftrightarrow{حـء}$ ؛؛ $\overline{حـء}$ }

{١١٠} ﺃ ب حـ Δ فيه $(ﺃب)^٢ + (ب حـ)^٢ < (ﺃ حـ)^٢$ فإن

∠ حـ تكون .... { قائمة ؛؛ حادة ؛؛ مستقيمة ؛؛ منفرجة }

{١١١} ﺃ ب حـ مثلث متساوي الاضلاع فإن عدد محاور تماثل الضلع $\overline{ب حـ}$ = ...

{ ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ ٤ }



{١١٢} في الشكل المقابل : ق($\overset{\frown}{ﺃحـ}$) = ٥٠°

ق($\overset{\frown}{بء}$) = ١١٠° فإن : ق(∠ هـ) = ...

{ ٦٠ ؛؛ ٥٠ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٣٠ }

{١١٣} طول نصف الدائرة = ...

{ π نق ؛؛ ١٨٠° ؛؛ $\frac{١}{٢}$ π نق ؛؛ ٢ π نق }

{١١٤} .... هو معين إحدي زواياه قائمة

{ المستطيل ؛؛ المربع ؛؛ متوازي الأضلاع ؛؛ شبه المنحرف }

{١١٥} مكملة الزاوية التي قياسها ٦٠° = ...°

{ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ }

المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

{١١٦} مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ... °

{٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١١٧} قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ... °

{٤٥ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١١٨} وتر طوله ٨سم في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإنه يبعد عن مركزها .... سم

{ ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{١١٩} القطران متعامدان وغير متساويين في الطول في ....

{ المعين ؛؛ شبه المنحرف ؛؛ المربع ؛؛ متوازي الأضلاع }

{١٢٠} في المثلث ا ب حـ إذا كان (ا ب)^{٢} = (ب حـ)^{٢} + (ا حـ)^{٢} + ٣ فإن زاوية حـ تكون ....
{ حادة ؛؛ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة }

{١٢١} في المثلث ا ب حـ إذا كان (ا حـ)^{٢} > (ا ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} فإن زاوية ا ب حـ تكون ....
{ حادة ؛؛ قائمة ؛؛ منفرجة ؛؛ مستقيمة }

{١٢٢} مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم^{٢} تكون مساحته الكلية ... { ١٨ ؛؛ ٥٤ ؛؛ ٨١؛؛ ٢١٦}

{١٢٣} عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = ... { ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{١٢٤} معين مساحته ٣٠ سم^{٢} طول أحد قطريه ١٢ سم فإن طول القطر الاخر .... سم

{ ٥ ؛؛ ١٢ ؛؛ ١٨ ؛؛ ٢١ }

{١٢٥}مجموع طولي أي ضلعيين في مثلث ...... طول الضلع الثالث

{ أصغر من ؛؛ يساوي ؛؛ أكبر من ؛؛ ضعف }

{١٢٦} طول الضلع الثالث .... مجموع طولي أي ضلعيين في مثلث

{ أصغر من ؛؛ يساوي ؛؛ أكبر من ؛؛ ضعف }

{١٢٧} مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠ }

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{١٢٨} مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠ }

{١٢٩} ﻫ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه : ق (∠ حـ) = ٢ ق (∠ ﻫ) ،

فإن ق (∠ حـ) = ... ° { ٦٠ ؛؛ ٣٠ ؛؛ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ }

{١٣٠} في المثلث ﻫ ب حـ إذا كان : ق(∠ﻫ)=٤٠° ، ق(∠حـ)=٧٠° فإن عدد محاور تماثل هذا المثلث = ... { ١ ؛؛ ٢ ؛؛ ٣ ؛؛ ٤ }

{١٣١} إذا كان الشكل ﻫ ب حـ ء رباعي دائري فإن : ق(∠ﻫ) + (∠ حـ) = ... °

{ ٩٠ ؛؛ ١٢٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ }

{١٣٢} قياس القوس الذي يُمثل $\frac{١}{٤}$ قياس الدائرة = ... ° { ٣٦٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٩٠ }

{١٣٣} إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = { ﻫ ، ب } فإن الدائرتين م ، ن ....

{ متباعدتان ؛؛ متحدتا المركز ؛؛ متماستان من الخارج ؛؛ متقاطعتان }

{١٣٤} عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع = ... { ٣ ؛؛ ٢ ؛؛ ١ ؛؛ صفر }

{١٣٥} مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ... ° { ٩٠ ؛؛ ١٨٠ ؛؛ ٢٧٠ ؛؛ ٣٦٠}

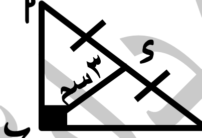
{١٣٦} إذا كان محيط الدائرة = ٤٤ سم فإن مساحة الدائرة = ... سم^٢ ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

{ ٢٢ ؛؛ ٤٩ ؛؛ ٨٨ ؛؛ ١٥٤ }

{١٣٧} مستطيل طوله ٣ سم ، وعرضه ٢ سم فإن مساحة سطحه ..... سم^٢{ ٤ ؛؛ ٥ ؛؛ ٦ ؛؛ ١٠}

{١٣٨} في الشكل المقابل : ﻫ ب حـ مثلث قائم في ب ، ء منتصف $\overline{ﻫ حـ}$ ، ب ء = ٣ سم فإن

ﻫ حـ = ... سم { ٣ ؛؛ ٦ ؛؛ ٩ ؛؛ ١٢ }



{١٣٩} المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... في القياس

{ مختلفة ؛؛ متكاملة ؛؛ متبادلة ؛؛ متساوية }

{١٤٠} صورة النقطة (ـ ٣ ، ٤) بالانعكاس في محور الصادات هي ....

{ (٣ ، ٤) ؛؛ (٣ ، ـ ٤) ؛؛ (ـ ٣ ، ـ ٤) ؛؛ (٤ ، ـ ٣) }

{١٤١} مستطيل طوله ٥ سم ، ومحيطه ١٦ سم فإن مساحته = ...سم٢ { ١٥ ؛؛ ٤٠ ؛؛ ٥٥ ؛؛ ٨٠}

السؤال الثاني : اجب عن ما يلي

{١} اذكر حالتين يكون فيهما الشكل الرباعي دائرياً

{٢}في الشكل المقابل :

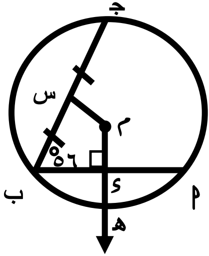
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ وتران في دائرة م التي طول نصف قطرها ٥ سم ،

$\overleftarrow{\text{م ء}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، يقطع $\overline{\text{أ ب}}$ في ء و يقطع الدائرة م في هـ

، س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = ٨ سم ق(∠ أ ب جـ) = ٥٦°

أوجد {١} ق(∠ ء م س)

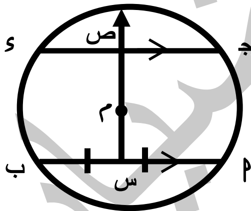
{٢} طول ء هـ



{٣} في الشكل المقابل :

م دائرة ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$ ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، رسم $\overleftarrow{\text{س م}}$ فقطع $\overline{\text{جـ ء}}$

في ص : أثبت أن : ص منتصف $\overline{\text{جـ ء}}$

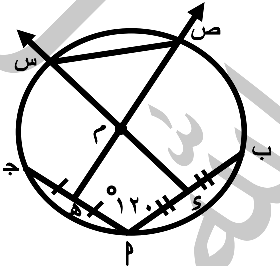


{٤}في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتران في الدائرة م يحصران زاوية قياسها ١٢٠° ء ، هـ

منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ علي الترتيب ،رسم $\overleftarrow{\text{ء م}}$،$\overleftarrow{\text{هـ م}}$ فقطعا الدائرة س ، ص علي

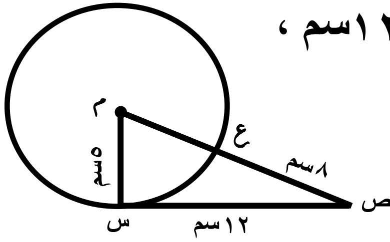
الترتيب . أثبت أن : المثلث س ص م متساوي الاضلاع



المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

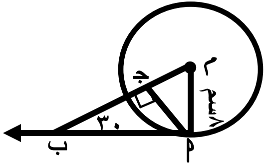
{٥}في الشكل المقابل : م دائرة طول نصف قطرها ٥ سم ، س ص = ١٢سم ، $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع} ، ع ص = ٨ سم

أثبت أن : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة م عند س



{٦} في الشكل المقابل : $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة م عند أ ، م أ = ٨

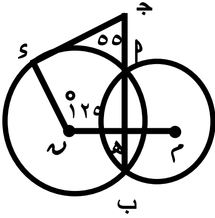
ق(∠ أ ب م) = ٣٠° $\overline{\text{أ جـ}}$ ⊥ $\overline{\text{م ب}}$. أوجد كل من : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$



{٧} في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ

، ب ؛ جـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، ى ∈ الدائرة ن ، ق(∠م ن ى) = ١٢٥°

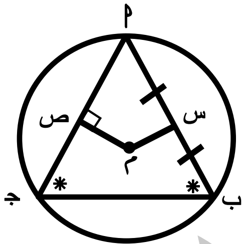
، ق(∠ ب جـ ى) = ٥٥° ، أثبت أن : جـ ى مماس للدائرة ن عند ى



{٨} في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة م فيه :

ق(∠ ب) =ق(∠جـ) ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{م ص}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

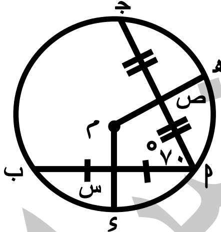
أثبت أن : م س = م ص



{٩} في الشكل المقابل : أ ب ، أ جـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م

، س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ ، ق(∠ جـ أ ب) = ٧٠°

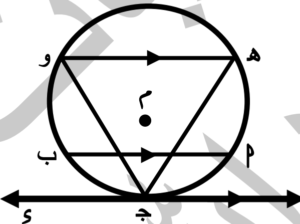
{١}احسب : ق(∠ى م هـ) {٢} أثبت أن : س ى = ص هـ



{١٠} في الشكل المقابل :

م دائرة $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ مماس لدائرة عند جـ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{هـ ى}}$

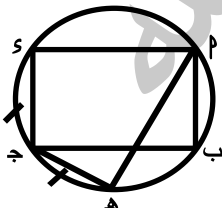
وتران في الدائرة حيث : $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ أثبت أن : حـ هـ = حـ و



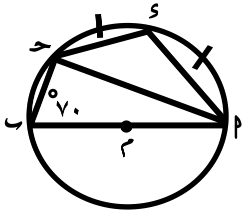
{١١} في الشكل المقابل :

أ ب جـ ى مستطيل مرسوم داخل دائرة ، رسم الوتر $\overline{\text{جـ هـ}}$

بحيث ق(جـ هـ) = ق (جـ ى) أثبت أن : أ هـ = ب جـ



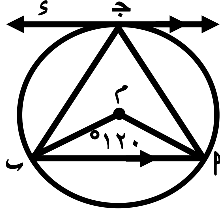
{١٢} في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، طول $\overset{\frown}{(\text{أ ء})}$ = طول $\overset{\frown}{(\text{ء جـ})}$، ق (∠ أ ب جـ) = ٧٠°

أوجد كلاً من : ق (∠جـ ء أ) ، ق (∠ جـ أب)

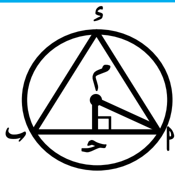
{١٣} في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ مماس للدائرة عند جـ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ، ق (∠ أ م ب) = ١٢٠°

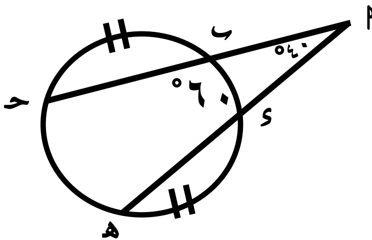
أثبت أن : المثلث جـ أ ب متساوي الاضلاع

{١٤} في الشكل المقابل : $\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة م ، $\overline{\text{م جـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$



أثبت أن : ق (∠م أ جـ) = ق (∠أ ء ب)

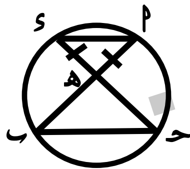
{١٥} في الشكل المقابل :



ق $\overset{\frown}{(\text{ب جـ})}$ = ق $\overset{\frown}{(\text{ء هـ})}$، ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق $\overset{\frown}{(\text{ب ء})}$ = ٦٠°

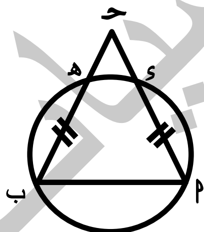
أوجد {١} ق $\overset{\frown}{(\text{هـ جـ})}$ {٢} ق $\overset{\frown}{(\text{ب جـ})}$

{١٦} في الشكل المقابل : $\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ}



هـ أ = هـ ء ، أثبت أن : هـ ب = هـ جـ

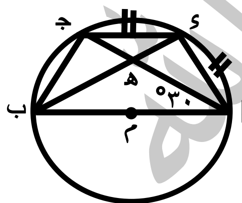
{١٧} في الشكل المقابل :



أ ء ، ب هـ وتران متساويان في الطول في الدائرة

$\overline{\text{أ ء}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = {جـ} ، أثبت أن : جـ أ = جـ ب

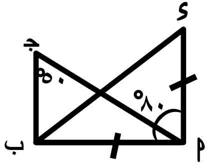
{١٨} في الشكل المقابل :



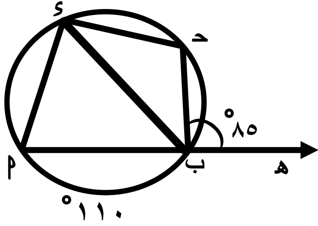
$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، جـ ∈ الدائرة ، ق (∠ جـ أ ب) = ٣٠°

ء منتصف $\overset{\frown}{(\text{أ جـ})}$، $\overline{\text{ء ب}}$ ∩ $\overline{\text{أ جـ}}$ = {هـ} أوجد {١} ق (∠ ب ء جـ)

، ق $\overset{\frown}{(\text{أ ء})}$ {٢} أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$

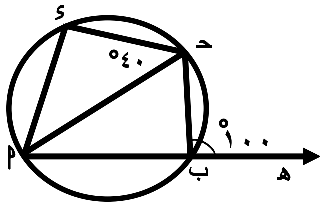

{١٩} في الشكل المقابل : ٮ ب = ٮ ء ، ں (∠ب ٮ ء) = ٨٠° ، ں (∠ جـ) = ٥٠°

أثبت أن : النقط ٮ ، ب ، جـ ، ء تمر بها دائرة واحدة


{٢٠} في الشكل المقابل : هـ ∈ ٮب⃖ ، هـ ∉ ٮب ، ں (ٮب⌒) = ١١٠°

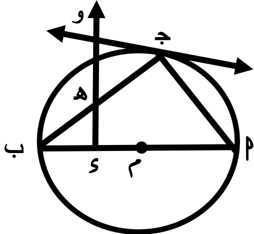
ں (∠ جـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد : ں (∠ ب ء جـ)


{٢١} في الشكل المقابل : ں (∠ ٮ ب هـ) = ١٠٠°

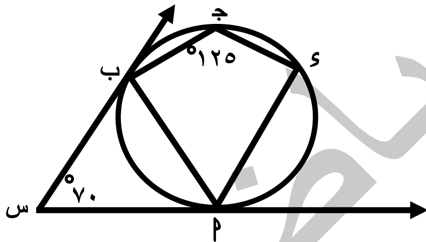
ں (∠ جـ ٮ ء) = ٤٠°

أثبت أن : ں (جـ ء⌒) = ں (ٮ ء⌒)


{٢٢} في الشكل المقابل : ٮ ب قطر في الدائرة م ، جـ و ↔ مماس للدائرة عند جـ

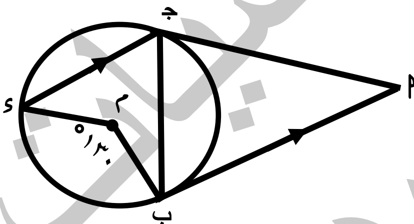
ء هـ ⊥ ٮ ب ، {١} أثبت أن : ٮ ء هـ جـ رباعي دائري

{٢} و هـ = و جـ {٣} ں(∠ب هـ ء)= $\frac{1}{2}$ ں(ب جـ⌒)


{٢٣} في الشكل المقابل : س ٮ⃖ ، س ب مماسان للدائرة عند ٮ ، ب

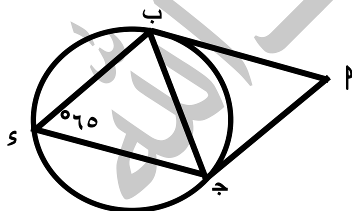
ں (∠ ٮ س ب) = ٧٠° ، ں (∠ ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن {١} ٮ ب⃖ ينصف ∠ ء ٮ س {٢} ٮ ء // س ب⃖


{٢٤} في الشكل المقابل : ٮ ب ، ٮ جـ قطعتان مماستان للدائرة م ، ٮ ب // جـ ء

ں (∠ب م ء) = ١٣٠°

{١} أثبت أن : جـ ب⃖ ينصف ∠ ٮ جـ ء {٢} أوجد : ں(∠ٮ)


{٢٥} في الشكل المقابل :

ٮ ب ، ٮ جـ قطعتان مماستان لدائرة عند ب ، جـ

ں(∠ ب ء جـ) = ٦٥°

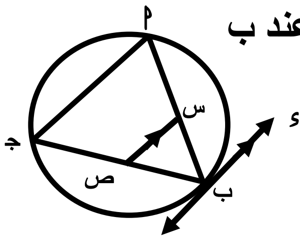
أوجد بالبرهان : ں (∠ ب ٮ جـ)

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٢٦} في الشكل المقابل : ٢ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة عند ب

س ∈ $\overline{\text{٢ ب}}$ ، ص ∈ ب جـ حيث $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

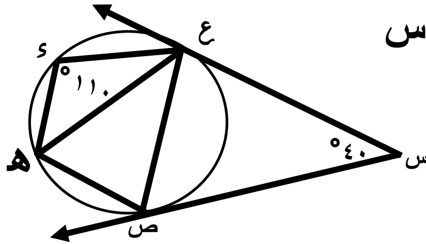
أثبت أن : الشكل ٢ س ص جـ رباعي دائري



{٢٧} في الشكل المقابل : س ص، سع مماسان للدائرة من نقطة س

ق (∠ س)= ٤٠° ، ق (∠ء) = ١١٠°

أثبت أن : ق (ع ء هـ) = ق(ع ص)

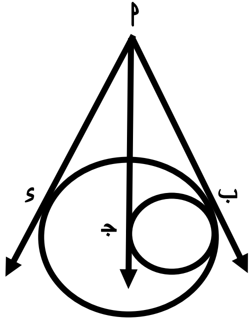


{٢٨} في الشكل المقابل :

دائرتان متماستان في نقطة ب ، $\overleftarrow{\text{٢ ب}}$ مماس مشترك للدائرتين

$\overleftarrow{\text{٢ جـ}}$ مماس للصغري ، ٢ ء مماس للكبري ، ٢ جـ = ١٥ سم

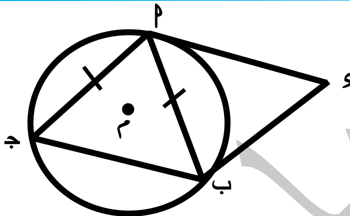
٢ ب = (٢س ـ ٣) سم ، ٢ ء = (ص ـ ٢) سم ، أوجد كلاً من : س ، ص



{٢٩} في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{ء ٢}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ مماسان للدائرة م ، ٢ ب = ٢ جـ

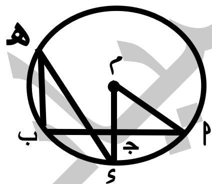
أثبت أن : $\overleftarrow{\text{٢ جـ}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث ٢ ب ء



{٣٠} في الشكل المقابل : جـ منتصف $\overline{\text{٢ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{م جـ}}$ ∩ الدائرة م = {ء}

ق (∠ م ٢ ب) = ٢٠°

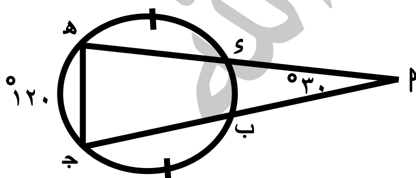
أوجد : ق (∠ب هـ ء) ، ق (٢ء ب)



{٣١} في الشكل المقابل : ق (∠٢)= ٣٠° ، ق(هـ جـ) = ١٢٠°

، ق(ب جـ)= ق(ء هـ)

أوجد {١} : ق(ب ء) ، {٢} أثبت أن : ٢ ب = ٢ ء

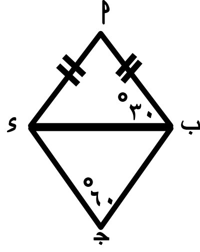


المستر في الرياضيات / عيون عبدالله

{٣٢} في الشكل المقابل : ﻫ ب جـ ء شكل رباعي فيه : ﻫ ب = ﻫ ء

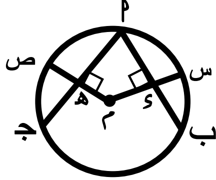
ق(∠ ﻫ ب ء) = ٣٠° ، ق (∠ جـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل ﻫ ب جـ ء رباعي دائري



{٣٣} في الشكل المقابل : ﻫ ب = ﻫ جـ ، م ء ⊥ ﻫ ب ،

م هـ ⊥ ﻫ جـ أثبت أن : س ء = ص هـ

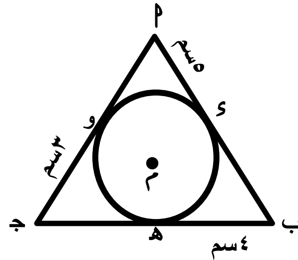


{٣٤} في الشكل المقابل :

المثلث ﻫ ب جـ مرسوم خارج الدائرة م التي تمس أضلاعه

ﻫ ب ، ب جـ ، ﻫ جـ في ء ، هـ ، و علي الترتيب ، ﻫ ء = ٥ سم

ب هـ = ٤ سم ، جـ و = ٣ سم ، أوجد محيط المثلث ﻫ ب جـ



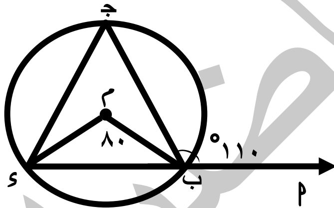
{٣٥} دائرتان م ، ن نصفي قطريهما ٩ سم ، ٤ سم علي الترتيب بين وضع كل منهما بالنسبة للآخرة في الحالات الآتية {١} م ن = ١٣ سم ، {٢} م ن = ١٥ سم ، {٣} م ن = صفر

{٤} م ن = ٥ سم ، {٥} م ن = ١٠ سم ، {٦} م ن = ٣ سم

{٣٦} في الشكل المقابل :

م دائرة فيها ق (∠ ب م ء) = ٨٠° ، ق (∠ﻫبجـ) = ١١٠°

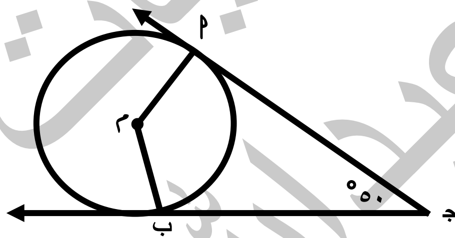
{١} أوجد بالبرهان :ق(∠ جـءب) {٢} أثبت أن : جـ ب = جـ ء



{٣٧} في الشكل المقابل :

جـ ﻫ ، جـ ب مماسان للدائرة م ، ق (∠ ﻫ جـ ب)= ٥٠°

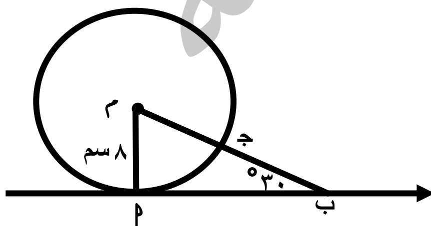
أوجد ق (∠ ﻫ م ب)



{٣٨} في الشكل المقابل : ﻫ ب مماس للدائرة م عند ﻫ

م ﻫ = ٨ سم ، ق (∠ ﻫ ب م) = ٣٠°

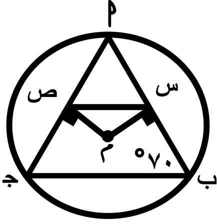
{١} أوجد طول م ب {٢} قياس (جـ ﻫ)



{٣٩} في الشكل المقابل : في الدائرة م .

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ ، ق (∠ ب) = ٧٠ °

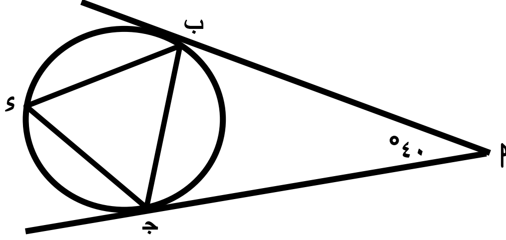
أثبت أن : س ص // ب جـ {٢} أوجد ق(∠ص س م)



{٤٠} في الشكل المقابل :

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

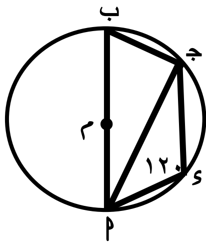
ق (∠أ) = ٤٠° ، أوجد بالبرهان ق (∠ء)



{٤١} في الشكل المقابل : أ ب قطر في الدائرة م

فيه ق (∠ جـ ء أ) = ١٢٠°

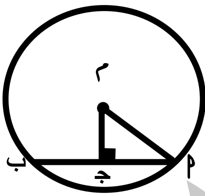
أوجد ق (∠جـ أ ب)



{٤٢} في الشكل المقابل : م دائرة طول نصف قطرها ١٣ سم

أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، م جـ ⊥ أ ب

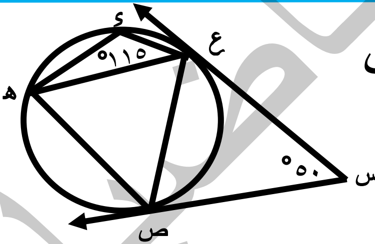
أوجد مساحة المثلث أ م جـ



{٤٣} في الشكل المقابل : س ص ، س ع مماسان للدائرة من نقطة س

ق (∠ ع ء هـ) = ١١٥° ، ق (∠ س) = ٥٠°

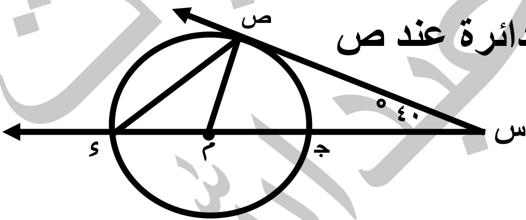
أثبت أن : ع هـ = ع ص



{٤٤} في الشكل المقابل :س نقطة خارج الدائرة م ، س ص مماس للدائرة عند ص

س م يقطع الدائرة م في جـ ، ء علي الترتيب

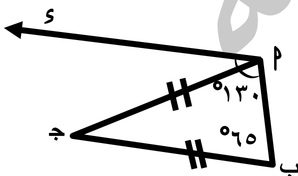
ق (> س) = ٤٠ أوجد : ق (> ص ء جـ)



{٤٥} في الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ فيه جـ ب = أ جـ ، ق (> ء أ ب) = ١٣٠°

ق (> ب) = ٦٥° أثبت أن : أ ء مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب جـ

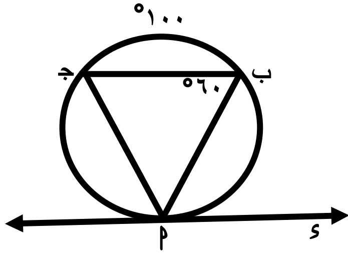


المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٤٦} في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{ءٍ}}$ مماس للدائرة

ق (ب جـ) = ١٠٠° ، ق (∠ ب) = ٦٠°

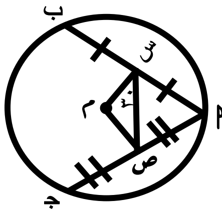
أوجد بالبرهان ق (∠ ب ٢ ء)



{٤٧} في الشكل المقابل : ٢ جـ = ٢ ب ، س ، ص منتصفا ٢ ب ، ٢ جـ

ق (∠ م س ص) = ٣٠°

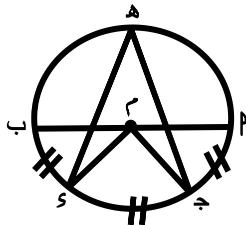
أثبت أن : △ ٢ س ص متساوي الأضلاع



{٤٨} في الشكل المقابل : ٢ ب قطر في الدائرة مركزها م . فإذا كان

ق (٢ جـ) = ق (جـ ء) = ق (ء ب)

أوجد :أولاً : ق (∠ جـ م ء) ، ثانياً : ق (∠ جـ هـ ء)



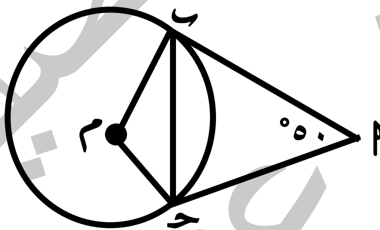
{٤٩} أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{١}{٤}$ الدائرة ثم أحسب طول هذا القوس إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٤ سم (حيث $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

{٥٠} في الشكل المقابل :

٢ب ، ٢حـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، حـ

ق(∠٢) = ٨٠° أوجد بالبرهان : ق (∠ب حـ م)

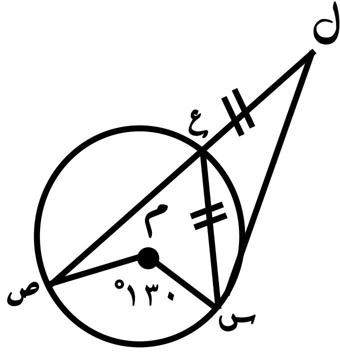
ق (∠٢ جـ ب) ، ق (∠حـ م ب)



{٥١} ٢ب طولها ٤ سم . ارسم الدائرة التي تمر بالنقطتين ٢ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم كم دائرة مكن رسمها ؟ باستخدام الأدوات الهندسية

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٥٢} في الشكل المقابل :



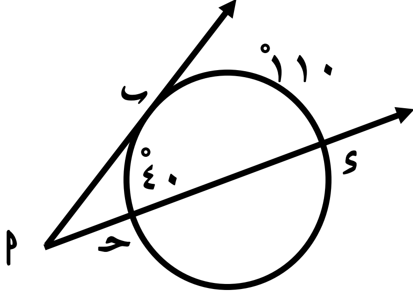
ائرة م ، ق (س م ص) = ١٣٠ ° ، ع س = ع ل

أوجد بالبرهان

{١} ق (س⌒ص) {٢} ق (∠ س ع ص)

{٣} ق (∠ ل)

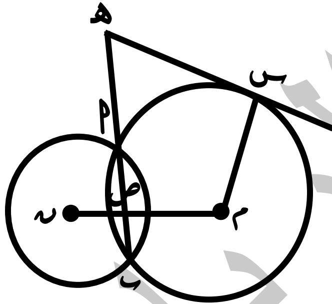
{٥٣} في الشكل المقابل : إذا كان : $\overleftarrow{أ ب}$ مماساً عند ب



$\overleftarrow{أ حـ}$ يقطع الدائرة في حـ ، ء ، ق(ب⌒ء) = ١١٠°

ق(حـ⌒ء) = ٤٠° أوجد بالبرهان : ق(∠ أ)

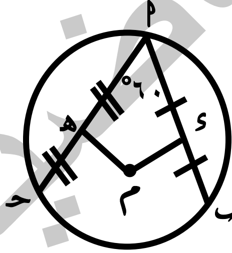
{٥٤} في الشكل المقابل : م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب



$\overleftarrow{هـ س}$ مماس للدائرة م عند س ، $\overline{م ن}$ ∩ $\overline{أ ب}$ = {ص}

أثبت أن : الشكل هـ س م ص رباعي دائري

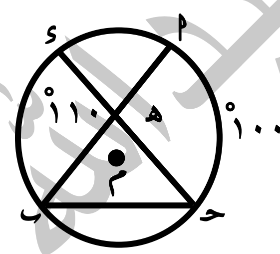
{٥٥} في الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران في الدائرة م



ء منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

ق(∠ب أ حـ) =٦٠° ، أوجد ق(∠ء م هـ)

{٥٦} في الشكل المقابل :



$\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ حـ}$ وتران في الدائرة م

، $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{حـ ء}$ = {هـ} ، ق(∠ء هـ ب) = ١١٠°

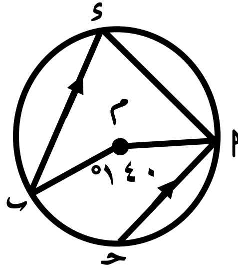
ق (أ⌒حـ) = ١٠٠° ، أوجد : ق(∠ء حـ ب)

المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

{٥٧} في الشكل المقابل : ‌أحـ // ء ب

ق(∠أ م ب) = ١٤٠°

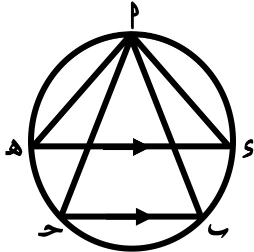
أوجد : ق (∠حـ أ ء)



{٥٨} في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث مرسوم داخل دائرة

ء هـ // ب حـ ، أثبت أن ق(∠ء أ حـ)=ق(∠ب أ هـ)

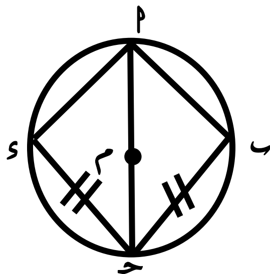


{٥٩} في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء رباعي دائري مرسوم داخل دائرة م

أحـ قطر في الدائرة ، حـ ب = حـ ء

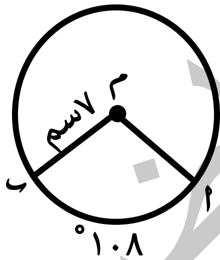
أثبت أن : ق(⌒أ ب) = ق (⌒أ ء)



{٦٠} في الشكل المقابل :

م دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، ق(⌒أ ب)= ١٠٨°

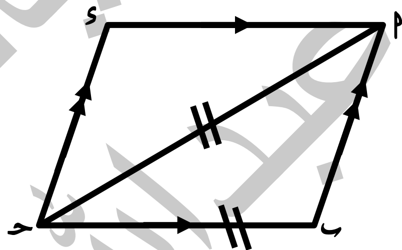
أوجد طول ⌒أ ب ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



{٦١} في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه أحـ = ب حـ

أثبت أن : ←حـ ء→ مماس للدائرة الخارجة للمثلث أ ب حـ



المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

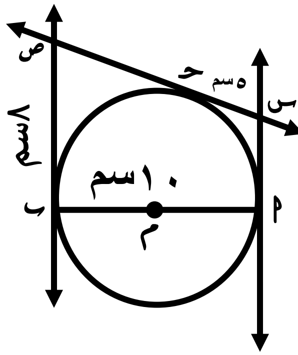
{٦٢} في الشكل المقابل : $\overline{اب}$ قطر في الدائرة م ، حـ ∋ للدائرة م

رسم مماس للدائرة عند حـ قطع المماسين المرسومين

لها عند ا ، ب في س ، ص فإذا كان : اب = ١٠سم

، س حـ = ٥ سم ، ص ب = ٨ سم

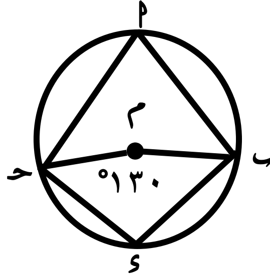
أوجد محيط الشكل : ا س ص ب



{٦٣} في الشكل المقابل :

دائرة مركزها م فيها : ق(∠ ب م حـ) = ١٣٠°

أوجد : {١} ق(∠ا) {٢} ق(∠ء)

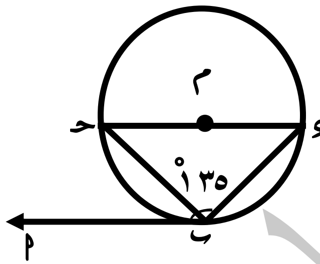


{٦٤} في الشكل المقابل :

ء حـ قطر في الدائرة التي مركزها م ، $\overline{ب ا}$ مماس للدائرة

عند نقطة ب ، ق(∠ا ب ء) = ١٣٥ °

ثبت أن : $\overline{ء حـ}$ // $\overline{ا ب}$

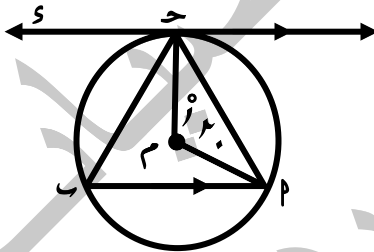


{٦٥} في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{حـ ء}$ مماس للدائرة عند حـ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ // $\overline{ا ب}$

، ق(∠ا م حـ) = ١٢٠°

أثبت أن : المثلث ب ا حـ متساوي الأضلاع



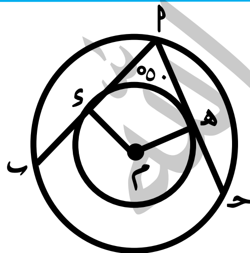
{٦٦} في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{ا حـ}$ ، $\overline{ا ب}$ قطعتان

مماستان للدائرة الصغري في هـ ، ء ، ق(∠ا) =٥٠ °

وتقطعان الدائرة الكبرى في حـ ، ب علي الترتيب

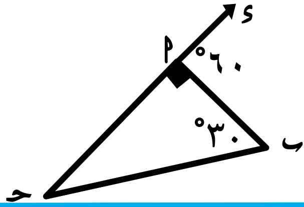
{١}أثبت أن : ا حـ = ا ب {٢} أوجد ق(∠ هـ م ء)



المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٦٧} في الشكل المقابل : Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ا ، ق(∠ د ا ب)=٦٠°

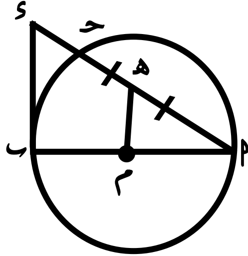
ق(∠ ب)=٣٠° ، أثبت أن : ا⃖د مماس للدائرة المارة بالنقط ا، ب، حـ



{٦٨} في الشكل المقابل : ا‾ب قطر في الدائرة م ، هـ منتصف ا‾حـ

ب‾د مماس للدائرة عند ب

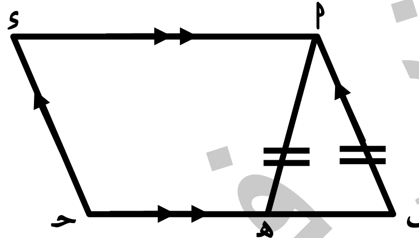
برهن أن : الشكل هـ م ب د رباعي دائري



{٦٩} في الشكل المقابل :

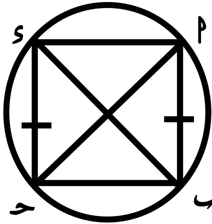
ا ب حـ د متوازي أضلاع ، ا ب = ا هـ

أثبت أن : ا هـ حـ د رباعي دائري



{٧٠} في الشكل المقابل : ا ب حـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة فيه

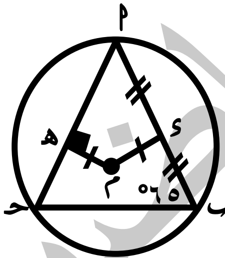
ا ب = د حـ أثبت أن : ا حـ = ب د



{٧١} في الشكل المقابل : م دائرة ، م د = م هـ ، د منتصف ا‾ب

م‾هـ ⊥ ا‾حـ ، ق(∠ ا ب حـ)=٦٥°

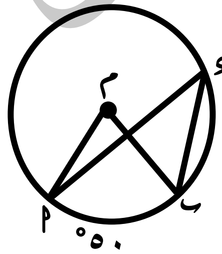
أوجد بالبرهان : ق(∠ ب ا حـ)



{٧٢} في الشكل المقابل : ق(⌒ا ب) = ٥٠°

أوجد بالبرهان : {١} ق(∠ ا د ب)

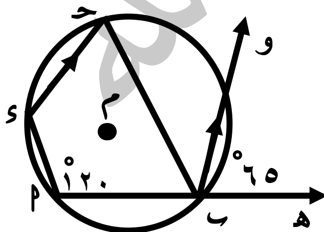
{٢} ق(⌒ا د ب)



{٧٣} في الشكل المقابل : ا ب حـ د شكل رباعي مرسوم داخل دائرة م

ب⃖و // د‾حـ ، ق(∠ هـ ب و)=٦٥°

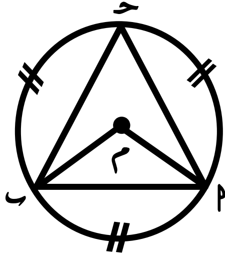
ق(∠ ب د ا)=١٢٠ أوجد : ق(∠ د ا حـ)



{٧٤} في الشكل المقابل : ا ، ب ، حـ ثلاث نقاط تقع علي دائرة م

بحيث ق(⌒ا ب) = ق(⌒ب حـ) = ق(⌒ا حـ)

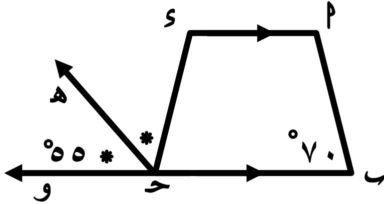
{١}أوجد : ق(∠ا ب م) {٢} Δ ا ب حـ متساوي الأضلاع



{٧٥} في الشكل المقابل :

ا ء // ب حـ ، و ∈ ب حـ ينصف ∠ء حـ و ، ق(∠ب)=٧٠°

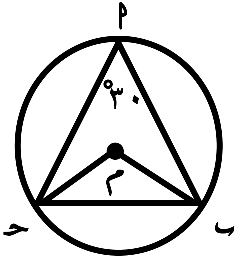
ق(∠هـ حـ و)= ٥٥° أثبت أن : ا ب حـ ء رباعي دائري



{٧٦} في الشكل المقابل : Δ ا ب حـ مرسوم داخل الدائرة م ، ق(∠ا)=٣٠°

{١} أوجد : ق(∠ب م حـ)

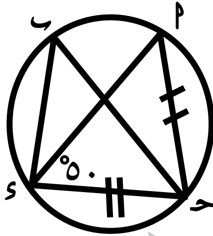
{٢} أثبت أن : Δ م ب حـ متساوي الأضلاع



{٧٧} في الشكل المقابل : ا حـ = حـ ء

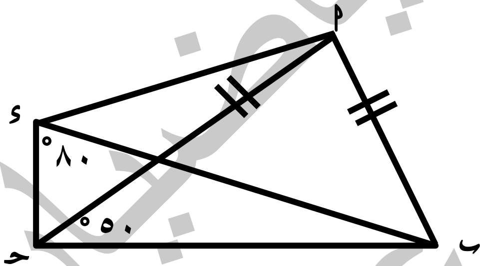
ق(∠ا ء حـ)=٥٠°

أوجد : ق(∠حـ ب ء)



{٧٨} في الشكل المقابل : ا ب = ا حـ ، ق(∠ب ء حـ)=٨٠°

ق(∠ا حـ ب)=٥٠° اثبت أن : ا ب حـ ء رباعي دائري

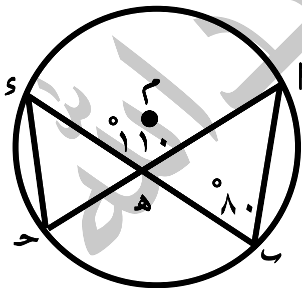


{٧٩} في الشكل المقابل : ا حـ ، ب ء وتران في الدائرة م

ا حـ ∩ ب ء = {هـ} ، ق(∠ا هـ ء)=١١٠°

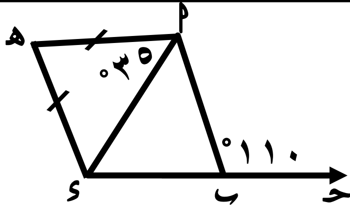
ق(∠ب)= ٨٠°

أوجد : ق(⌒ا ء) ، ق(∠ء)



المستر في الرياضيات
مستر / عيون عبدالله

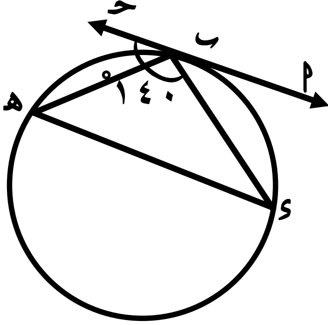
{٨٠} في الشكل المقابل :



ا هـ = ء هـ ، ق (∠ ء ا هـ)=٣٥° ، ق (∠ ا ب حـ)=١١٠°

{١} أوجد بالبرهان : ق (∠ هـ) ، {٢} أثبت أن : الشكل ا ب ء هـ رباعي دائري

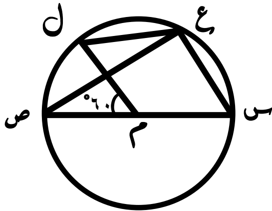
{٨١} في الشكل المقابل :



ا حـ مماس للدائرة عند ب ، ق (∠ ء ب حـ)=١٤٠° ،

أوجد بالبرهان {١} ق (∠ ا ب ء) {٢} ق (∠ هـ)

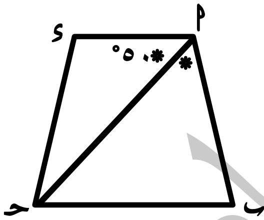
{٨٢} في الشكل المقابل :



س ص قطر في الدائرة م ، ق (∠ ل م ص)= ٦٠° ،

أوجد بالبرهان {١} ق (∠ س ع ص) {٢} ق (∠ ص ع ل)

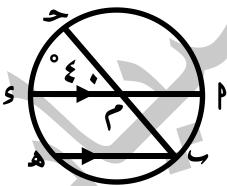
{٨٣} في الشكل المقابل :



ا ب حـ ء شكل رباعي دائري فيه : ا حـ ينصف ∠ ب ا ء ،

ق (∠ ب ا حـ)= ٥٠° أوجد بالبرهان : ق (∠ ب حـ ء)

{٨٤} في الشكل المقابل :



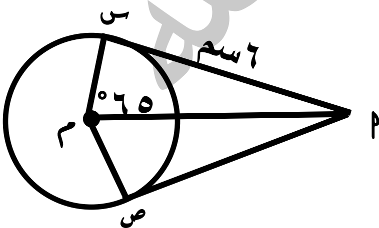
ا ء ، ب حـ قطران في الدائرة م ، ق (∠ حـ م ء)= ٤٠°

، ا ء // ب هـ أوجد بالبرهان {١} ق (∠ ا م ب) {٢} ق (ء هـ)

{٨٥} في الشكل المقابل :

ا س ، ا ص قطعتان مماستان للدائرة م عند س ، ص علي الترتيب

ق (∠ ا م س)= ٦٥ ° ، ا س = ٦سم



أوجد بالبرهان {١} طول ا ص {٢} ق (∠ ا س م)

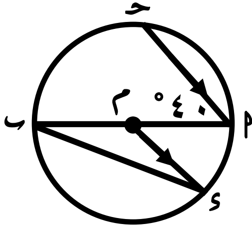
{٣} ق (∠ س ا ص)

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

{٨٦} في الشكل المقابل :

$\overline{ا ح} // \overline{م ء}$ ، ق (∠ ء ا هـ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ب ء)

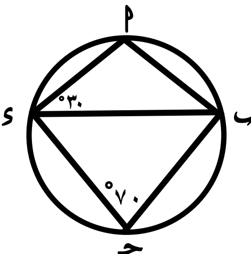


{٨٧} في الشكل المقابل :

ق (∠ هـ ا ء) = ٨٦°

ق (∠ ء ح و) = ٩٤°

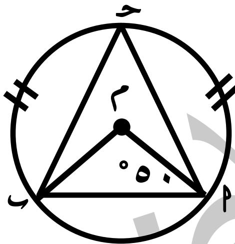
أثبت أن : الشكل ا ب ح ء رباعي دائري



{٨٨} في الشكل المقابل :

ق (∠ ب ح ء) = ٧٠° ، ق (∠ ا ء ب) = ٣٠°

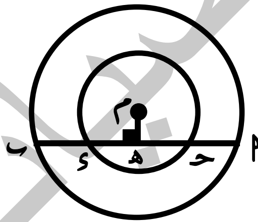
أوجد بالبرهان : ق (∠ ا ب ء)



{٨٩} في الشكل المقابل :

ق $\overset{\frown}{(ا ح)}$ = ق $\overset{\frown}{(ح ب)}$ ، ق (∠ م ا ب) = ٥٠°

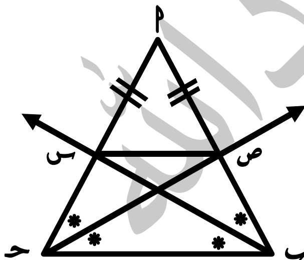
أوجد بالبرهان : ق (∠ ح ا م)



{٩٠} في الشكل المقابل :

دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{ا ب}$ وتر في الدائرة الكبرى

يقطع الصغري في ح ، ء ، $\overline{م هـ} \perp \overline{ا ب}$ ، أثبت أن : ا ح = ب ء



{٩١} في الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث فيه : ا ب = ا ح

$\overleftarrow{ب س}$ ينصف ∠ ا ب ح ويقطع $\overline{ا ح}$ في س

$\overleftarrow{ح ص}$ ينصف ∠ ا ح ب ويقطع $\overline{ا ب}$ في ص

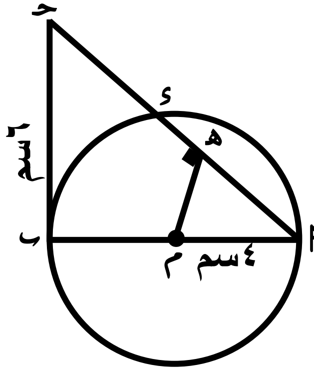
أثبت أن : الشكل ب ح س ص رباعي دائري

{٩٢} في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{بحـ}$ مماس للدائرة عند ب

$\overline{مهـ} \perp \overline{أء}$ ، أ م = ٤سم ، ب حـ = ٦سم

{١}أثبت أن:الشكل هـ م ب حـ رباعي دائري {٢} أوجد : طول $\overline{أحـ}$



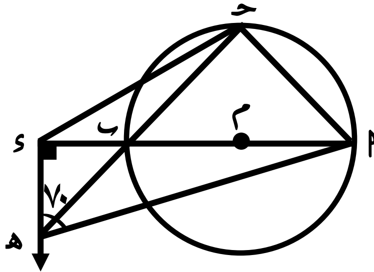
{٩٣} في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ء ∈ $\overrightarrow{أب}$ ، ء ∉ $\overline{أب}$

رسم $\overleftrightarrow{ءهـ} \perp \overleftrightarrow{أب}$ ، حـ ∈ $\overset{\frown}{أب}$ ، $\overleftarrow{حـب} \cap \overleftarrow{ءهـ}$ = {هـ}

ق (∠ أ هـ ء) = ٧٠°

{١} أثبت أن : الشكل أ حـ ء هـ رباعي دائري {٢} أوجد ق (∠ ء حـ هـ)

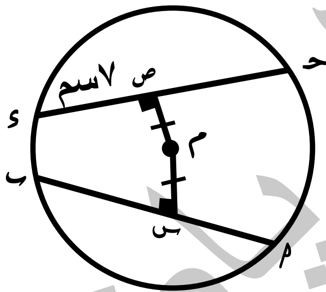


{٩٤} في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ، $\overline{حـء}$ وتران في الدائرة م ، $\overline{مس} \perp \overline{أب}$

$\overline{مص} \perp \overline{حـء}$ ، م س = م ص ، ص ء = ٧سم

أوجد : طول $\overline{أب}$

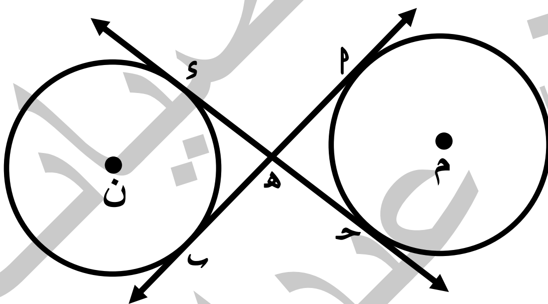


{٩٥} في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{حـء}$ كل منهما مماس مشترك للدائرتين م ، ن

$\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{حـء}$ = {هـ}

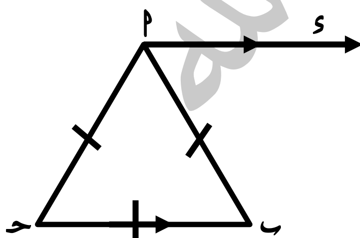
أثبت أن : أ ب = حـ ء



{٩٦} في الشكل المقابل :

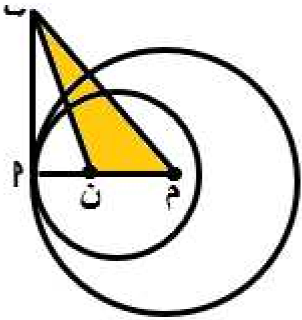
$\overleftrightarrow{أء} // \overline{بحـ}$ ، أ حـ = حـ ب = ب أ

أثبت أن : $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب حـ



المستر في الرياضيات / عيون عبدالله

{٩٧} في الشكل المقابل :

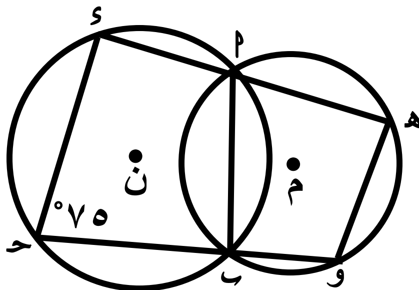


م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ١٠سم،٦سم

علي الترتيب ومتماستان من الداخل في م ، $\overleftrightarrow{مب}$ مماس مشترك

إذا كانت مساحة △ ب م ن = ٢٤ سم^٢ ، أوجد طول $\overline{مب}$

{٩٨} في الشكل المقابل :



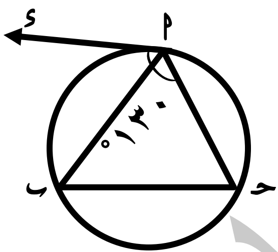
م ، ن دائرتان متقاطعتان في م ، ب ، رسم $\overleftrightarrow{مء}$

يقطع الدائرة م في هـ و الدائرة ن في ء ، ورسم $\overleftrightarrow{بحـ}$

يقطع الدائرة م في هـ والدائرة ن في حـ ، ق (∠حـ) = ٧٥ °

{١} أوجد : ق (∠و) ، {٢} أثبت أن : $\overleftrightarrow{حـء}$ // $\overleftrightarrow{هـو}$

{٩٩} في الشكل المقابل :



م ء مماس للدائرة م عند م ، ق (∠ءمحـ)= ١٣٠ °

أوجد بالبرهان : ق (∠ب)

المستر في الرياضيات مستر / عيون عبدالله

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (4)

الترم الثانى





"الهندسة"

* أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد:

١- الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة ....

٢- عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

← " " " لأى قطاع من الدائرة هو ....

٣- إذا كان المستقيم مماساً للدائرة التى طول قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار .... سم.

٤- سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {م} ، وطول نصف قطر احداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

٥- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج ......

← " " " " " من الداخل ......

٦- قياس القوس الذى يمثل نصف قياس الدائرة يساوى ....

← " " " ثلث قياس الدائرة يساوى ......

٧- الزاوية المماسية محصورة بين ....

٨- أ ب حـ ء شكل رباعى دائرى: ق(∠أ) = ٦٠° فإن: ق(∠حـ) = ...°

٩- دائرتان م ، ن متماستان من الداخل طولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٩ سم فإن: م ن = ... سم.

١٠- قياس الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر فى الدائرة ......

← " " " " " قوساً أكبر فى الدائرة ......

١١- النسبة بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركة فى نفس القوس ....

١٢- يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ......، ......، ......

← لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ......، ......، ......

١٣- مركز الدائرة الداخلة للمثلث هى نقطة تقاطع ....

١٤- مركز الدائرة الخارجة للمثلث هى نقطة تقاطع ....

١٥- قياس زاوية رأس الشكل السداسى المنتظم = ...°

١٦- فى الشكل الرباعى الدائرى: كل زاويتين متقابلتين ....

١٧- إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر إحداهما ٣سم ، م ن = ٨سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى يساوى .... سم.

١٨- ما هى خواص الشكل الرباعى الدائرى ....

١٩- إذا كانت مساحة الدائرة ٣٦ط سم² فإن طول نصف قطرها يساوى .... سم

٢٠- عدد محاور تماثل المربع ...... ، المستطيل ...... ، المعين ...... ، متوازى الأضلاع ...... ، شبه المنحرف ...... ، شبه المنحرف متساوى الساقين ...... ، Δ متساوى الأضلاع ...... ، Δ متساوى الساقين ، Δ مختلف الأضلاع ....

٢١- $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أد}$ ، $\overleftrightarrow{ب هـ}$ مماسان للدائرة فإن: $\overleftrightarrow{أد}$ ...... $\overleftrightarrow{ب هـ}$ (يقطع - يوازى - عمودى على - ينطبق على)

٢٢- المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة يكونان ....

٢٣- أ ب جـ د شكل رباعى دائرى: ق(∠ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠د) فإن: ق(∠ب) = ... °

٢٤- دائرة نصف قطرها (٢س + ٦) سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) حيث س > ، فإن: المستقيم ل يكون ....

٢٥- إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ الدائرة م = {أ ، ب} فإن $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = ...

٢٦- طول القوس الذى يمثل ربع الدائرة يساوى ....

٢٧- دائرة طول نصف قطرها ٥سم فإن محيطها = ... سم (بدلالة ط)

٢٨- مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى الداخلة = ... °

٢٩- دائرة طول قطرها (٢س + ٥) ، المستقيم ل يبعد عن مركزها مسافة (س + ٢) سم فإن المستقيم ل يكون ....

٣٠- م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٣سم ، ٤سم فإن: م ن ∋ ....

٣١- مثلث أ ب جـ له محور تماثل واحد وأطوال أضلاعه ١٠ ، ٥ ، س سم فإن س = ... سم (٥ - ٨ - ١٠ - ١٢)

٣٢- النسبة بين قياسات زوايا مثلث هى ٢ : ٣ : ٤ فإن: أكبر زاوية فى المثلث ....

٣٣- أطول الأوتار فى الدائرة يسمى ....

٣٤- الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ....

٣٥- صورة مستطيلة الشكل طولها ٦٠ سم وعرضها ٤٠ سم أحيطت بإطار خشبي عرضه ٥ سم فتكون مساحة الشكل كله = ...

٣٦- عدد المماسات التي يمكن رسمها من نقطة تقع على دائرة = ...

٣٧- إذا كان م١ ، م٢ ميلي مستقيمين متعامدين فإن: م١ × م٢ = ...

٣٨- محيط المعين = ...

٣٩- مساحة المعين الذي طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم = ... سم٢

٤٠- طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي ....

٤١- المماس للدائرة التي طول قطرها ٨ سم يكون على بعد ...... سم من مركزها.

٤٢- القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائماً يكونان ....

٤٣- يكون الشكل رباعي دائري إذا كان ....

٤٤- مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

٤٥- مجموع طولي أي ضلعين في مثلث ...... طول الضلع الثالث.

٤٦- عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة = ...

٤٧- صورة النقطة (٢ ، ٣) بالدوران د (٠ ، ١٨٠°) هي النقطة ....

٤٨- مستطيل طوله ٦ سم ومحيطه ١٦ سم فإن مساحته = ... سم٢

٤٩- إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن:
القطعة المستقيمة ...... المستقيم (// ، ⊥ ، ∈ ، ⊂)

٥٠- دائرة محيطها ٦π سم والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل يكون ....

٥١- الزاوية المحيطية التي تقابل ربع دائرة = ...°
← الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ...°
← " " " في ثلث دائرة = ...°

٥٢- دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، نصفا قطري الدائرتين ٥ سم ، نق سم ، نق > ٥ ، م ن = ٣ سم فإن نق = ... سم
(٦ ، ٨ ، ٧ ، ٩)

٥٣- إذا كان مجموع قياسات الزوايا لمضلع منتظم ٥٤٠° وكان أحد أضلاعه ٣سم فإن محيطه = ... سم (١٥ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠)

٥٤- في متوازي الأضلاع إذا كان: ∠أ حادة فإن: ∠جـ تكون ......

٥٥- مساحة مربع ٣٢سم² فإن محيطه = ... سم (٢٢ ، ٢√٣٢ ، ١٦√٢ ، ١٦)

٥٦- القطران متساويان في الطول ومتعامدان في ......

٥٧- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين ......

٥٨- نقطة تلاقي متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ...... من جهة القاعدة و ...... من جهة الرأس.

٥٩- عدد محاور تماثل نصف دائرة ...... عدد محاور تماثل مثلث متساوي الساقين.

٦٠- جـ ء = ٣سم فإن مساحة الدائرة م = ... ط سم² (٣ ، ٦ ، ٩ ، ٣٦)

(شكل ٦٠)

٦١- ق(أب⌒) = ٦٠° فإن: ق(جـ ء⌒) = ... °

، ق(أب⌒) / ق(جـ ء⌒) = ...

(شكل ٦١)

٦٢- أب جـ ء شكل رباعي دائري فإن قيمة س = ... °

(شكل ٦٢)

٦٣- في الشكل: ق(أ جـ⌒) = ... °

(شكل ٦٣)

٦٤- قيمة ص = ... °

(٣ص - ٥)°

(شكل ٦٤)

٦٥- ق(أ ء⌒) = ... °

٦٦- ق(جـ^) = ... °

(شكل ٦٦)

٦٧- ق(∠ب جـ و) = ... °

١٢٠°

(شكل ٦٧)

٦٨- أوجد: ق(∠ء م أ)

١٠٠°

(شكل ٦٨)

إجابات أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد :

١- قائمة (٩٠°) ٢- عدد لانهائي ـ ١ ٣- ٤

٤- ٥ ٥- ٣ ← ١ ٦- ١٨٠° ← ١٢٠

٧- وتر ومماس ٨- ١٢٠° ٩- ٤

١٠- حادة - منفرجة ١١- ١ : ٢ ١٢- المستطيل ، المربع ، شبه المنحرف المتساوي الساقين ← متوازي الأضلاع ، المعين ، شبه المنحرف غير متساوي الساقين

١٣- منصفات زواياه الداخلة .

١٤- محاور تماثل أضلاعه ١٥- ١٢٠° ١٦- متكاملتان (مجموع قياسهما ١٨٠°)

١٧- ١١ ١٨- كل زاويتان متقابلتان متكاملتان ، قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس الشكل يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها. ١٩- ٣

٢٠- ٤ ، ٢ ، ٢ ، صفر ، صفر ، ١ ، ٣ ، ١ ، صفر .

٢١- يوازى . ٢٢- متوازيان . ٢٣- ٦٠°

٢٤- قاطعة الدائرة فى نقطتين ٢٥- $\overline{أب}$ ٢٦- π نق / ٢

٢٧- ١٠ π ٢٨- ٣٦٠° ٢٩- قاطعة للدائرة فى نقطتين.

٣٠-]٣ ، ٧[٣١- ١٠ ٣٢- ٨٠° ٣٣- قطراً

٣٤- قطراً ٣٥- ٥٠٠ π سم² ٣٦- ١ ٣٧- -١

٣٨- طول الضلع × ٤ ٣٩- ٤٠ ٤٠- ½ طول الوتر ٤١- ٤

٤٢- متساويتان في الطول (متطابقتان) ٤٣- زاويتان متقابلتان متكاملتان

٤٤- ٣٦٠° ٤٥- > ٤٦- ١ ٤٧- (-٢ ، -٣) ٤٨- ١٢

٤٩- ⊥ ٥٠- مماس للدائرة ٥١- ٤٥° ← ١٢٥° ← ١٢٠°

٥٢- ٨ ٥٣- ١٥ ٥٤- منفرجة ٥٥- ١٦√٦ ح ٥٦- المربع

٥٧- ٤ ٥٨- ١ : ٢ ، ٢ : ١ ٥٩- = ٦٠- ٣٦

٦١- ٦٠° ، ١ ٦٢- ٦٠° ٦٣- ٨٠° ٦٤- ١٠°

٦٥- ٣٠° ٦٦- ٣٠° ٦٧- ٦٠° ٦٨- ١٦٠°

براهين الهندسة

١ اثبت أن : ن ب > ن د

← العمل : نرسم $\overline{مد}$ الحل

فى △ ن د م ∵ م ن + م د > ن د ← (متباينة المثلث)

، ∵ م د = م ب = نق

∴ م ن + م ب > ن د

∴ ن ب > ن د

---

٢ دائرتان متحدتا المركز م (اثبت أن) : أ جـ = د ب

الحل : العمل : نرسم $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$

- فى الدائرة الكبرى ∵ $\overline{مهـ} \perp \overline{أب}$

∴ هـ منتصف $\overline{أب}$ ∴ هـ أ = هـ ب ← (١)

- فى الدائرة الصغرى ∵ $\overline{مهـ} \perp \overline{جـد}$

∴ هـ منتصف $\overline{جـد}$ ∴ هـ جـ = هـ د ← (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ هـ أ ـ هـ جـ = هـ ب ـ هـ د

∴ أ جـ = د ب

---

٣ برهن أن : $\overline{سص}$ مماس للدائرة م

الحل : ∵ م س = م ع = نق

∴ م ع = ٥ سم ، ∴ م ص = ٥ + ٨ = ١٣ سم

∴ $(مص)^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$ ، $(سص)^2 = (١٢)^2 = ١٤٤$

، $(مس)^2 = (٥)^2 = ٢٥$

∴ $(مص)^2 = (سص)^2 + (مس)^2$ (عكس نظرية فيثاغورث)

∴ △ م س ص قائم الزاوية فى س ($\overline{مس} \perp \overline{سص}$)

∴ $\overline{سص}$ مماس للدائرة م

٤ فى الشكل المقابل: أب = أجـ ، س منتصف $\overline{أب}$ ، م ص ⊥ $\overline{أجـ}$

اثبت أن: ① س ء = هـ ص

② ق(∠ب س ص) = ق(∠جـ ص س)

الحل: ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ م س ⊥ $\overline{أب}$

، ∵ $\overline{م ص}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أب = أجـ ∴ م س = م ص

، ∵ م ء = م هـ = نق

بالطرح ∴ س ء = ص هـ ← المطلوب أولاً

، فى △ م س ص ∵ م س = م ص

∴ ق(∠م س ص) = ق(∠م ص س) ← ①

، ∵ ق(∠م س ب) = ق(∠م ص جـ) = ٩٠° ← ②

بجمع ①، ② ∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠جـ ص س) ← المطلوب ثانياً

---

٥ دائرتان م ، ن متقاطعتان ، $\overline{أم}$ ⊥ $\overline{أن}$

أوجد: طول $\overline{أب}$ الحل

فى △ أ م ن ∵ $\overline{أم}$ ⊥ $\overline{أن}$

∴ △ قائم الزاوية فى أ ∴ $(م ن)^2 = (٨)^2 + (٦)^2 = ١٠٠$

∴ م ن = ١٠ سم

، ∵ $\overline{م ن}$ خط المركزين ، $\overline{أب}$ الوتر المشترك

∴ $\overline{م ن}$ ⊥ $\overline{أب}$ وينصفه ∴ جـ منتصف $\overline{أب}$

∴ أجـ = $\frac{أم \times أن}{م ن}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

∴ أب = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦ سم

---

٦ أ ب جـ مثلث ق(∠ب) = ق(∠جـ)

اثبت أن: ل ء = هـ و الحل

العمل: نرسم م س ⊥ $\overline{أب}$ ، م ص ⊥ $\overline{أجـ}$

البرهان: فى △ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

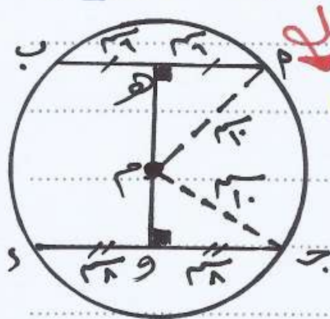
∴ أب = أجـ

، ∵ م س ⊥ $\overline{أب}$ ، م ص ⊥ $\overline{أجـ}$ ، أب = أجـ ∴ م س = م ص

في الدائرة الصغرى : ∵ م س ⊥ ل ى ، م ص ⊥ هـ و
، م س = م ص (إثباتاً) ∴ ل ى = هـ و

---

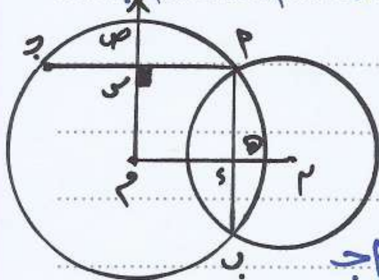
7 أ ب ، جـ د وتران متوازيان في الدائرة م وفي جهتين مختلفتين من م
أ ب = ١٢ سم ، جـ د = ١٦ سم ⇐ أوجد : البعد بين هذين الوترين
إذا كان طول نصف قطر الدائرة م = ١٠ سم. الحل



∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ منتصف أ ب ∴ أ هـ = ٦ سم
في Δ أ م هـ ∴ (م هـ)² = (أ م)² − (أ هـ)²
= (١٠)² − (٦)² = ٦٤
∴ م هـ = ٨ سم
، ∵ م و ⊥ جـ د ∴ و منتصف جـ د ∴ جـ و = ٨ سم
في Δ جـ م و ∴ (م و)² = (م جـ)² − (جـ و)²
= (١٠)² − (٨)² = ٣٦ ∴ م و = ٦ سم
∴ البعد بين الوترين = ٨ + ٦ = ١٤ سم

---

8 دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، م س ⊥ أ جـ ، أ ب = أ جـ
⇐ اثبت أن : (د هـ = س ص) الحل



∵ م ن خط المركزين ، أ ب الوتر المشترك
∴ م ن ⊥ أ ب ∴ م د ⊥ أ ب
∵ م س ⊥ أ جـ ، م د ⊥ أ ب ، أ ب = أ جـ
∴ م د = م س ، ∵ م هـ = م ص = نق
بالطرح ∴ د هـ = س ص

"لا ينال العلم براحة الجسم"



٩ دائرتان متقاطعتان في ب ، $\overline{دج} \parallel \overline{م ن}$

اثبت أن : م ن = $\frac{1}{2}$ د ج

الحل : العمل : نرسم $\overline{م س}$ ، $\overline{ن ص}$ ⊥ $\overline{دج}$

في الشكل م س ص ن فيه

$\overline{م س} \parallel \overline{ن ص}$ ، $\overline{م ن} \parallel \overline{س ص}$

، ق(م ŝ ص) = ق(ن ŝ س) = ٩٠°

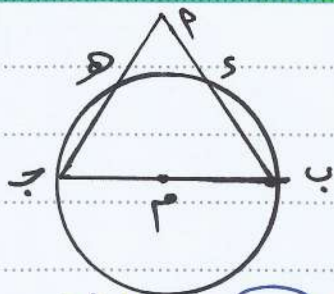
∴ الشكل م س ص ن مستطيل

∴ م ن = س ص ولكن : س ص = $\frac{1}{2}$ د ب + $\frac{1}{2}$ ب ج

= $\frac{1}{2}$ (د ب + ب ج) = $\frac{1}{2}$ د ج

، ∵ س ص = م ن

∴ م ن = $\frac{1}{2}$ د ج



١٠ $\overline{بج}$ قطر ، أ ب = أ ج

اثبت أن : د ب = هـ ج الحل

في △ أ ب ج ∵ أ ب = أ ج

∴ ق(ب̂) = ق(ج̂)

∴ ق($\overset{\frown}{دج}$) = ق($\overset{\frown}{ب هـ}$) وبحذف ق($\overset{\frown}{د هـ}$) من الطرفين

∴ ق($\overset{\frown}{هـ ج}$) = ق($\overset{\frown}{ب د}$)

∴ ب د = هـ ج

---

١١ أ ب = ٨سم ، نق = ٥سم ، س منتصف $\overline{جب}$ ، $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أب}$

ق(ب̂) = ٥٠° أوجد : ① ق(د م̂ س) ② طول د هـ

الحل : ∵ س منتصف $\overline{بج}$ ∴ $\overline{م س}$ ⊥ $\overline{بج}$

∴ ق(د م̂ س) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٠°) = ١٣٠°

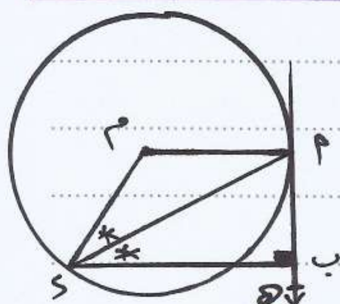
← نرسم $\overline{م أ}$ ، ∵ $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أب}$ ∴ د منتصف $\overline{أب}$

∴ أ د = ٤سم في △ أ م د ∴ $(م د)^2 = (أ م)^2 - (أ د)^2$

= $(٥)^2 - (٤)^2$ = ٩ ∴ م د = ٣سم

، ∵ م هـ = نق = ٥سم

∴ د هـ = م هـ − م د = ٥ − ٣ = ٢سم



١٢ $\overrightarrow{دأ}$ ينصف ∠ م د ب ، $\overline{دب}$ ⊥ $\overline{أب}$

اثبت أن: $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م

الحل: ∵ $\overrightarrow{دأ}$ ينصف ∠ م د ب

∴ ق(م د̂ أ) = ق(ب د̂ أ) ← ①

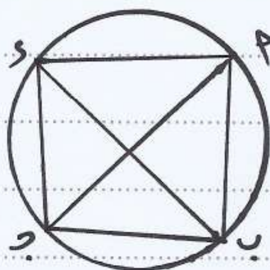
، ∵ م أ = م د = نق ∴ ق(م أ̂ د) = ق(م د̂ أ) ← ②

من ① ، ② ∴ ق(م أ̂ د) = ق(ب د̂ أ) "وهما في وضع تبادل"

∴ $\overline{أم}$ // $\overline{دب}$

∴ ق(م أ̂ ب) = ق(د ب̂ هـ) = ٩٠° "بالتناظر"

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م



١٣ أ ب جـ د شكل رباعي فيه أجـ = ب د

أب = (٣س − ٥) سم ، جـ د = (س + ٣) سم

أوجد بالبرهان: (طول $\overline{أب}$) **الحل:**

∵ أجـ = ب د ∴ ق($\overset{\frown}{أجـ}$) = ق($\overset{\frown}{بد}$)

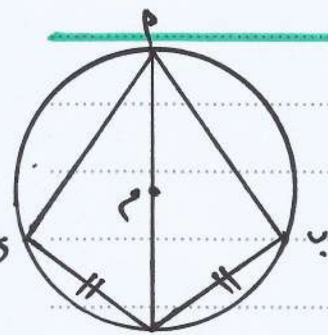
بحذف ق($\overset{\frown}{بجـ}$) من الطرفين ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{جـد}$)

∴ أب = جـ د ∴ ٣س − ٥ = س + ٣

∴ ٣س − س = ٣ + ٥

∴ ٢س = ٨ ∴ س = ٤

∴ أب = ٣س − ٥ = ٣ × ٤ − ٥ = ٧ سم



١٤ ب جـ = جـ د ، $\overline{أجـ}$ قطر في الدائرة م

اثبت أن: ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{أد}$) **الحل:**

∵ $\overline{أجـ}$ قطر في الدائرة م ∴ ق(أ ب̂ جـ) = ٩٠°

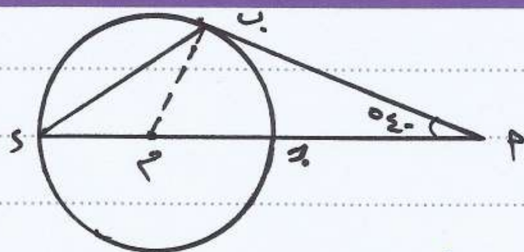
، ∴ ق(أ د̂ جـ) = ٩٠°

في △△ أ ب جـ ، أ د جـ فيهما:
- ق(أ ب̂ جـ) = ق(أ د̂ جـ) = ٩٠°
- ب جـ = جـ د
- أجـ ضلع مشترك

∴ △ أ ب جـ ≡ △ أ د جـ وينتج أن: أب = أد

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{أد}$)





١٥ أ ب مماس ، جـ د قطر

أوجد : ق(∠د) الحل

العمل : نرسم م ب

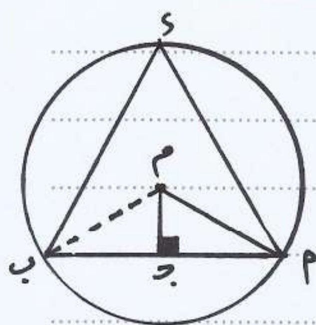
البرهان : ∵ أ ب مماس للدائرة م عند ب

∴ م ب ⊥ أ ب في Δ أ ب م ∴ ق(∠ب م أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°)

= ٥٠°

، ∵ ق(∠د) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م جـ) (محيطية ومركزية مشتركتان في ب جـ)

∴ ق(∠د) = ٢٥°



١٦ اثبت أن : ق(∠أ م جـ) = ق(∠د)

الحل

العمل : نرسم م ب

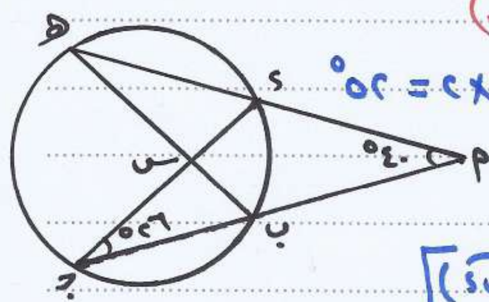
∵ م أ = م ب = نق ∴ Δ م أ ب متساوي الساقين

، ∵ م جـ ⊥ أ ب ∴ ق(∠أ م جـ) = ق(∠ب م جـ)

∴ ق(∠أ م جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ م ب) ← ①

، ∵ ق(∠د) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ م ب) (محيطية ومركزية مشتركتان في أ ب) ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠د) = ق(∠أ م جـ)



١٧ في الشكل : أوجد : ق(جـ هـ ⌒) ، ق(∠هـ س جـ)

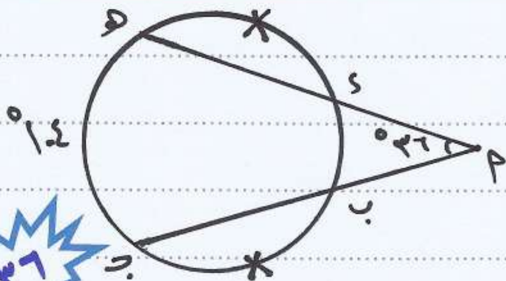
الحل : ∵ ق(∠جـ) = ٢٦° ∴ ق(ب د ⌒) = ٢٦ × ٢ = ٥٢°

، ∵ ق(جـ هـ ⌒) = ٢ ق(∠أ) + ق(ب د ⌒)

= ٢ × ٤٠° + ٥٢° = ١٣٢°

، ∵ ق(∠هـ س جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(جـ هـ ⌒) + ق(ب د ⌒)]

= $\frac{1}{2}$ [١٣٢° + ٥٢°] = ٩٢°



١٨ من الشكل : ق(د هـ ⌒) = ق(ب جـ ⌒)

أوجد : ① ق(ب د ⌒) ، ② ق(د هـ ⌒)

∵ ق(ب د ⌒) = ق(هـ جـ ⌒) − ٢ ق(∠أ)

= ١٠٤° − ٢ × ٣٦° = ٣٢°

، ∴ ق(د هـ ⌒) = $\frac{360° - (32° + 104°)}{2}$ = ١١٢°

(١٩) في الشكل : أ د = هـ ب

اثبت أن : جـ د = جـ هـ

الحل

العمل: نرسم م س ⊥ أ د ، م ص ⊥ هـ ب ، جـ م

∵ م س ⊥ أ د ، م ص ⊥ هـ ب ، أ د = هـ ب

∴ م س = م ص

في Δ Δ جـ م س ، جـ م ص فيهما

ق(∠ جـ س م) = ق(∠ جـ ص م) = ٩٠°

م س = م ص

جـ م ضلع مشترك

∴ Δ جـ م س ≡ Δ جـ م ص وينتج أن : جـ س = جـ ص ← ①

، ∵ م س ⊥ أ د ∴ س منتصف أ د

، م ص ⊥ هـ ب ∴ ص منتصف هـ ب ، أ د = هـ ب

∴ ½ أ د = ½ هـ ب ∴ د س = هـ ص ← ②

بطرح ② من ① ∴ جـ س - د س = جـ ص - هـ ص

∴ جـ د = جـ هـ

---

(٢٠) أ ب جـ د شكل رباعي دائري ، أ هـ ينصف (∠ ب أ د)

د و ينصف (∠ ب د جـ) اثبت أن :

① أ هـ و د رباعي دائري ② هـ و // ب جـ

الحل

∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠ ب أ جـ) = ق(∠ ب د جـ) ، ∵ أ هـ ينصف (∠ ب أ د) ، د و ينصف (∠ ب د جـ)

∴ ½ ق(∠ ب أ د) = ½ ق(∠ ب د جـ)

∴ ق(∠ هـ أ و) = ق(∠ و د هـ) (وهما مرسومتان على هـ و وفي جهة واحدة منها)

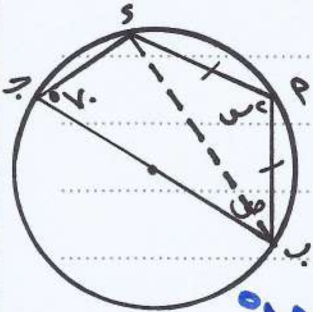
∴ الشكل أ هـ و د رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠ د أ و) = ق(∠ د هـ و) ← ①

، ∵ ق(∠ د أ جـ) = ق(∠ د ب جـ) ← ② (من الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ د)

من ① ، ② ∴ ق(∠ د هـ و) = ق(∠ د ب جـ) وهما في وضع تناظر

∴ هـ و // ب جـ (المطلوب ثانياً)



(٢١) $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر ، ق(جـ) = ٧٠° ، أ ب = أ ء

أوجد قيمة: س ، ص الحل

العمل: نرسم $\overline{\text{ب ء}}$

∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

∴ ق(أ) + ق(جـ) = ١٨٠° ∴ ٢س + ٧٠° = ١٨٠°

∴ ٢س = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠° ∴ س = $\frac{١١٠}{٢}$ = ٥٥°

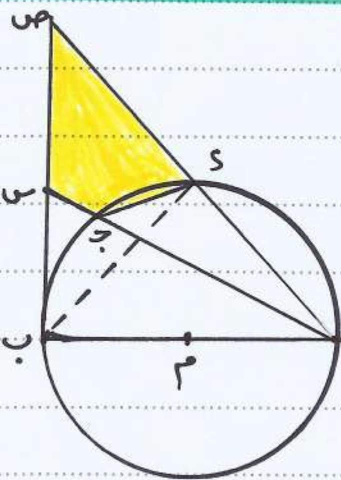
، ∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر ∴ ق(ب ء جـ) = ٩٠°

∴ ق(ء ب جـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٠°) = ٢٠°

، في △ أ ب ء ∵ ق(أ) = ٢ × ٥٥° = ١١٠° ، أ ب = أ ء

∴ ق(أ ب ء) = ق(أ ء ب) = $\frac{١٨٠° - ١١٠°}{٢}$ = ٣٥°

∴ ص = ٢٠° + ٣٥° = ٥٥°



(٢٢) $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ، $\overline{\text{ب ص}}$ مماس

اثبت أن: ء جـ س ص رباعي دائري

العمل: نرسم $\overline{\text{ب ء}}$

البرهان: ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ∴ ق(أ ء ب) = ٩٠°

∴ ق(ء أ ب) + ق(أ ب ء) = ٩٠° ⟵ (١)

، ∵ $\overline{\text{ب ص}}$ مماس ∴ $\overline{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب ص}}$

∴ ق(ص) + ق(ص أ ب) = ٩٠° ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ ق(ص) = ق(أ ب ء)

، ∵ ق(أ ب ء) = ق(أ جـ ء) محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{أ ء}}$

∴ ق(أ جـ ء) = ق(ص) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

∴ الشكل ء جـ س ص رباعي دائري

كل شيء يرخص إذا كثر إلا العلم ، فإنه إذا كثر غلا

عباس العقاد



(٢٣) سَ أ ، سَ ب مماسان

اثبت أن: ① أب ينصف (∠ د أ س)

② أد // سَ ب

الحل:

∵ سَ ب ، سَ أ قطعتان مماستان

∴ س أ = س ب

∴ ق(∠ س ب أ) = ق(∠ س أ ب) = $\frac{180° - 70°}{2}$ = 55°

، ∵ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ق(∠ د أ ب) = 180° − 125° = 55°

∴ ق(∠ د أ ب) = ق(∠ س أ ب) = 55°

∴ أب ينصف ∠ د أ س (المطلوب أولاً)

، ∵ ق(∠ س ب أ) = ق(∠ ب أ د) = 55° (وهما في وضع تبادل)

∴ أد // سَ ب (المطلوب ثانياً)

---

(٢٤) أب ، أجـ مماسان ، ق(∠ م ص س) = 35° ، ص منتصف ب د

المطلوب: ① اثبت أن: الشكل م س ب ص رباعي دائري .

② ق(∠ أ) . الحل:

العمل: نرسم ب م

البرهان: ∵ ص منتصف ب د ∴ م ص ⊥ ب د ← ①

، ∵ أجـ ، أب مماسان للدائرة م

∴ أم محور تماثل ب جـ

، ب جـ وتر لتماس ∴ م س ⊥ ب جـ ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠ م س ب) + ق(∠ ب ص م) = 90° + 90° = 180°

∴ الشكل م س ب ص رباعي دائري "أولاً"

، ∵ أب مماس ∴ م ب ⊥ أب

ولكن ق(∠ م ب س) = ق(∠ س ص م) = 35°

∴ ق(∠ س ب أ) = 90° − 35° = 55°

∴ ق(∠ أ جـ ب) = 55° لأنه (أب = أجـ) قطعتان مماستان للدائرة م

∴ ق(∠ أ) = 180° − (55° + 55°) = 70° "ثانياً"



(٢٥) في الشكل: $\overleftrightarrow{بء}$ // $\overline{صس}$ ، $\overleftrightarrow{بء}$ مماس

اثبت أن: س ص ج أ رباعي دائري

الحل: ∵ $\overleftrightarrow{بء}$ // $\overline{صس}$

∴ ق(∠ء ب أ) = ق(∠ب س ص) بالتبادل ← ①

، ∵ ق(∠ء ب أ) = ق(∠ج) مماسية ومحيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أب}$ ← ②

من ① ، ② ∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠ج) خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل س ص ج أ رباعي دائري



(٢٦) أ ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة عند أ ، س ∈ $\overline{أب}$ ، ص ∈ $\overline{أج}$ حيث $\overline{سص}$ // $\overline{بج}$

اثبت أن: $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص

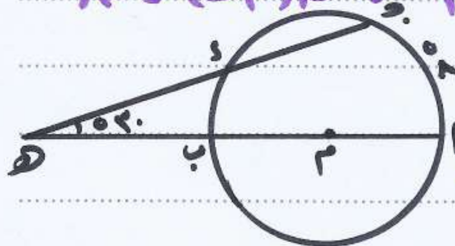
الحل: ∵ $\overline{سص}$ // $\overline{بج}$

∴ ق(∠ج) = ق(∠س ص أ) بالتناظر

، ∵ ق(∠ب أ ء) = ق(∠ج) (مماسية ومحيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{أب}$)

∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠س ص أ)

∴ $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، س ، ص



(٢٧) في الشكل: $\overline{أب}$ قطر ، ق(∠هـ) = ٣٠° ، ق($\overset{\frown}{أج}$) = ٨٠°

أوجد: ق($\overset{\frown}{جء}$)

الحل

ق($\overset{\frown}{بء}$) = ق($\overset{\frown}{أج}$) − ٢ ق(∠هـ)

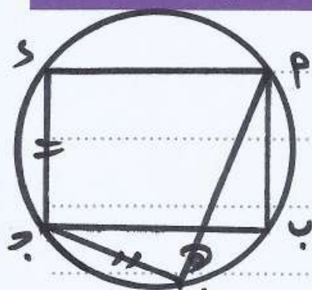
= ٨٠° − ٢ × ٣٠° = ٢٠°

، ∵ $\overline{أب}$ قطر ∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ١٨٠°

∴ ق($\overset{\frown}{جء}$) = ١٨٠° − (٨٠° + ٢٠°) = ٨٠°

حسن الخلق أحد مراكب النجاة





٢٨) أ ب جـ د مستطيل ، د جـ = جـ هـ

اثبت أن: (أ هـ = ب جـ) الحل:

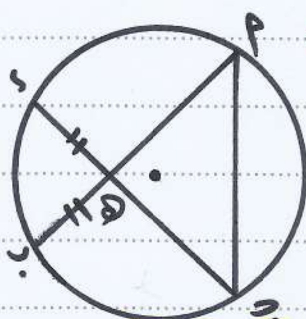
∵ أ ب جـ د مستطيل ∴ أ ب = د جـ

، ∵ د جـ = جـ هـ ∴ أ ب = جـ هـ

∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒جـ هـ) بإضافة ق(⌒ب هـ) للطرفين

∴ ق(⌒أ هـ) = ق(⌒ب جـ)

∴ أ هـ = ب جـ



٢٩) أ ب = جـ د اثبت أن: أ هـ = هـ جـ

الحل: ∵ أ ب = جـ د ∴ ق(⌒أ ب) = ق(⌒جـ د)

وبحذف ق(⌒ب د) من الطرفين

∴ ق(⌒أ د) = ق(⌒ب جـ)

∴ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{جـ}$)

في ∆ أ جـ هـ ، ∵ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{جـ}$) ∴ أ هـ = هـ جـ

---

٣٠) أ ب جـ د مربع ، أ س ينصف (ب $\hat{أ}$ جـ) ويقطع ب د في س ،
د ص ينصف (جـ $\hat{د}$ ب) ويقطع أ جـ في ص

اثبت أن: ① أ س ص د رباعي دائري ② ق(أ $\hat{ص}$ س) = ٤٥°

الحل: ∵ الشكل أ ب جـ د مربع

∴ القطران تنصف الزوايا الداخلة

∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ق(ب $\hat{د}$ جـ) = ٤٥°

∴ $\frac{1}{2}$ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(ب $\hat{د}$ جـ)

∴ ق(س $\hat{أ}$ ص) = ق(س $\hat{د}$ ص) مرسومتان على س ص وفي جهة واحدة منه

∴ الشكل أ س ص د رباعي دائري

، ∵ ق(د $\hat{أ}$ جـ) = ق(د $\hat{س}$ ص) = ٤٥°

، ∵ القطران متعامدان (من خواص المربع)

∴ ق(أ $\hat{ص}$ س) = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°



(٣١) س ، ص منتصفات $\overline{اب}$ ، $\overline{اجـ}$

اثبت أن: ① ا س ص م رباعي دائري

② ق(∠م سَ ص) = ق(∠م جـَ ص) ③ $\overline{ام}$ قطر الدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص ، م

الحل: ∵ س منتصف $\overline{اب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{اب}$

، ∵ ص منتصف $\overline{اجـ}$ ∴ $\overline{مص} \perp \overline{اجـ}$

∴ ق(∠ا صَ م) = ق(∠ا سَ م) = ٩٠°

مرسومتان على $\overline{ام}$ ومن جهة واحدة منه

∴ الشكل ا س ص م رباعي دائري «أولاً»

∴ ق(∠م اَ ص) = ق(∠م سَ ص)

، ق(∠م اَ ص) = ق(∠م جـَ ص) (لأنه م ا = م جـ = نق)

∴ ق(∠م سَ ص) = ق(∠م جـَ ص) «ثانياً»

∵ ق(∠ا صَ م) = ٩٠° ، ق(∠ا سَ م) = ٩٠° مرسومتان على $\overline{ام}$

∴ $\overline{ام}$ قطر للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص ، م

---

(٣٢) $\overline{جـ د}$ قطر $\perp \overline{اب}$ ، $\overline{سب}$ قطر

اثبت أن: ① جـ س ص هـ رباعي دائري

② ق(∠د صَ ب) = ق(∠د سَ س)

الحل: ∵ $\overline{جـ د}$ قطر ∴ ق(∠جـ سَ د) = ٩٠°

∴ ق(∠جـ سَ ص) + ق(∠ص هَـ جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

∴ الشكل جـ س ص هـ رباعي دائري

، ∵ ق(∠د صَ ب) = ق(∠جـ) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

، ق(∠جـ) = ق(∠د سَ س) محيطيتان مشتركتان في ($\overset{\frown}{سد}$)

∴ ق(∠د صَ ب) = ق(∠د سَ س) «المطلوب ثانياً»

الصلاة عماد الدين فحافظ عليها

(٣٣) برهن أن: س هـ م و رباعي دائري

الحل: العمل: نرسم $\overline{مب}$

∵ ق(∠م و س) = ق(∠م ب ء)

(خارجة عن الشكل الرباعي (م ب ء و) تساوي المقابلة للمجاورة لها) ①

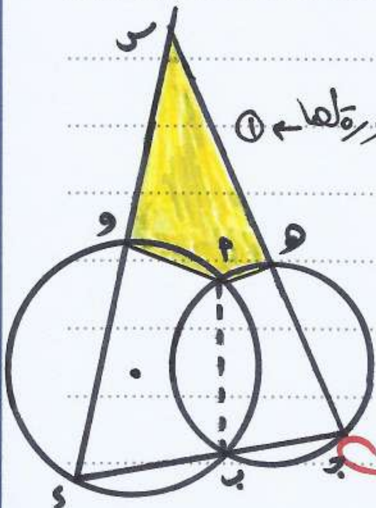
، ق(∠م ب ء) = ق(∠جـ هـ م)

خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها ②

من ①، ② ∴ ق(∠م و س) = ق(∠جـ هـ م)

خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها

∴ الشكل س هـ م و رباعي دائري



(٣٤) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسان ، ق(∠ب م ء) = ١٢٠°

اثبت أن: $\overline{جـب}$ ينصف (∠أ جـ ء) ، أوجد ق(∠أ)

الحل: ∵ ق(∠ب جـ ء) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ء) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في $\overset\frown{بء}$

، ∵ $\overline{جـء}$ // $\overline{أب}$

∴ ق(∠ء جـ ب) = ق(∠جـ ب أ) = ٦٥° بالتبادل

، ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م

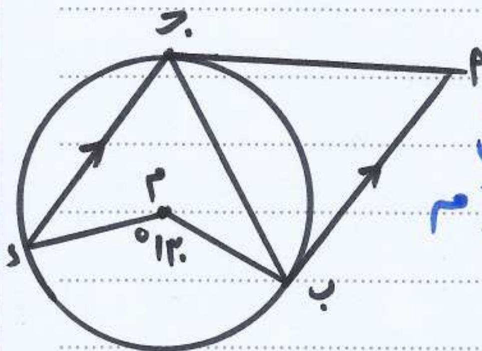
∴ أب = أجـ

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = ٦٥°

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠ء جـ ب) = ٦٥°

∴ $\overline{جـب}$ ينصف (∠أ جـ ء) «المطلوب أولاً»

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠° «المطلوب ثانياً»



علمتني الرياضيات:

أن السالب بعد السالب

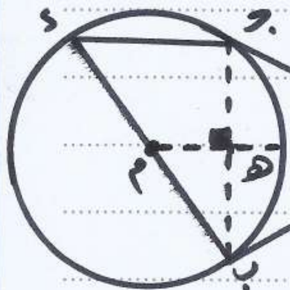
يعني موجب .. فلا تيأس ..

فالمصيبة بعد المصيبة تعني

العزم .



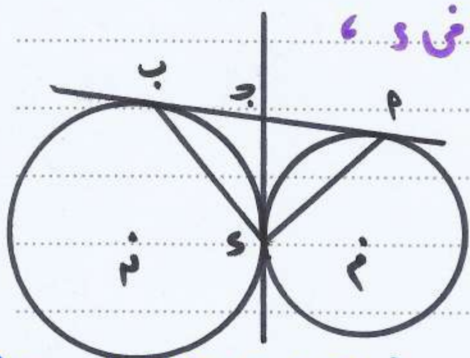
(٣٥) $\overline{بء}$ قطر ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ مماسان
اثبت أن : $\overline{أم} \parallel \overline{حـء}$ الحل :



العمل : نرسم $\overline{بحـ}$
البرهان : ∵ $\overline{بء}$ قطر ∴ ق($\hat{بحـء}$) = ٩٠°
، ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أحـ}$ مماسان للدائرة م
، ∵ $\overline{بحـ}$ وتر التماس
∴ $\overleftrightarrow{أم}$ محور تماثل $\overline{بحـ}$ ∴ ق($\hat{حـهـم}$) = ٩٠°
∴ ق($\hat{بحـء}$) + ق($\hat{حـهـم}$) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°
(وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)
∴ $\overline{أم} \parallel \overline{حـء}$

---

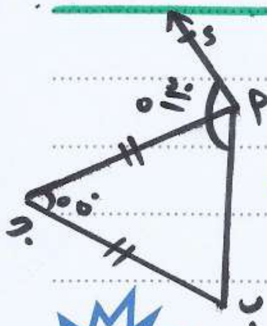
(٣٦) م ، ن دائرتان متماستان من الخارج في ء ،
$\overline{أب}$ مماس مشترك اثبت أن :
① حـ منتصف $\overline{أب}$ ، ② $\overline{أء} \perp \overline{بء}$



الحل : ∵ $\overline{حـأ}$ ، $\overline{حـء}$ مماسان للدائرة م
∴ حـأ = حـء ← ①
، ∵ $\overline{حـء}$ ، $\overline{حـب}$ مماسان للدائرة ن ∴ حـء = حـب ← ②
من ① ، ② ∴ حـأ = حـء = حـب
∴ حـ منتصف $\overline{أب}$ «المطلوب أولاً»
في △ أبء $\overline{ءحـ}$ متوسط ، ءجـ = $\frac{1}{2}$ أب
∴ $\overline{أء} \perp \overline{بء}$ «المطلوب ثانياً»

---

(٣٧) أحـ = بجـ ، ق($\hat{جـ}$) = ٥٠° ، ق($\hat{بأء}$) = ١٣٠°
اثبت أن : $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ



الحل : ∵ حـأ = حـب ∴ ق($\hat{حـأب}$) = ق($\hat{حـبأ}$) = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢}$ = ٦٥°
∴ ق($\hat{ءأحـ}$) = ١٣٠° - ٦٥° = ٦٥°
∴ ق($\hat{ءأحـ}$) = ق($\hat{ب}$)
∴ $\overleftrightarrow{أء}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ





٣٨) أس↔ مماس مشترك أثبت أن: بء ∥ جـهـ

الحل: في الدائرة الصغرى

∵ ق(∠ب ء أ) = ق(∠ب أ س)

(محيطية ومماسية مشتركتان في ⌒أب) ← ①

في الدائرة الكبرى: ∵ ق(∠هـ) = ق(∠جـ أ س) (محيطية ومماسية مشتركتان في ⌒أجـ) ②

من ①، ② ∴ ق(∠هـ) = ق(∠ب ء أ) وهما في وضع تناظر

∴ بء ∥ جـهـ



٣٩) من الشكل: أثبت أن: ق(∠هـ) < ق(∠جـ)

الحل: العمل: نرسم وب

البرهان: ∵ ق(∠ء و ب) خارجة عن △ وهب

∴ ق(∠ء و ب) = ق(∠هـ) + ق(∠هـ ب و)

∴ ق(∠ء و ب) > ق(∠هـ) ← ①

، ∵ ق(∠ء و ب) = ق(∠جـ) (محيطيتان مشتركتان في ⌒بء) ← ②

من ①، ② ∴ ق(∠جـ) > ق(∠هـ)

∴ ق(∠هـ) < ق(∠جـ)



٤٠) من الشكل: أوجد: ① ق(∠و) . ② أثبت أن: جـء ∥ هـو

الحل: العمل: نرسم أب

البرهان: ∵ ق(∠ب أ ء) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

(من خواص الشكل الرباعي الدائري)

∴ ق(∠ب أ ء) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

، ∵ ∠ب أ ء خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ هـ و ب

∴ ق(∠ب أ ء) = ق(∠و) = ١١٠°

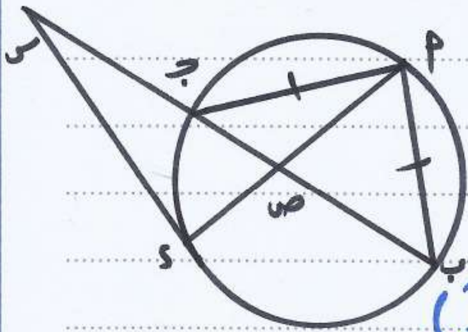
، ∵ ق(∠و) + ق(∠جـ) = ١١٠° + ٧٠° = ١٨٠°

وهما داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ جـء ∥ هـو

(٤١) $\overleftrightarrow{ds}$ مماس ، أب = أجـ

اثبت أن: س د = س ص



الحل: ∵ أب = أجـ ∴ ق(⌒أب) = ق(⌒أجـ)

، ∵ ق(∠س ص د) = $\frac{1}{2}$[ق(⌒جـ د) + ق(⌒أب)]

، ق(∠أ د س) = $\frac{1}{2}$ ق(⌒أ د)

، ∵ ق(⌒أ د) = ق(⌒أجـ) + ق(⌒جـ د)

، ∵ ق(⌒أب) = ق(⌒أجـ) ∴ ق(∠س ص د) = ق(∠أ د س)

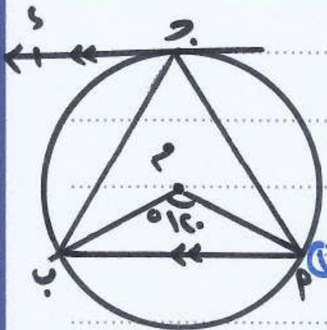
∴ س د = س ص

---

(٤٢) $\overleftrightarrow{جـ د}$ مماس ، $\overleftrightarrow{جـ د}$ // $\overline{أب}$ ،

ق(∠أ م ب) = ١٢٠°

اثبت أن: △ أب جـ متساوى الأضلاع



الحل: ∵ ق(∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ م ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠° ← ①

محيطية ومركزية مشتركتان فى ⌒أب

، ∵ $\overleftrightarrow{جـ د}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق(⌒أجـ) = ق(⌒ب جـ)

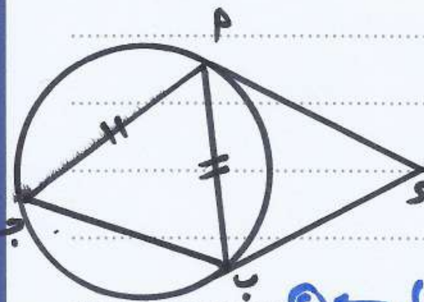
∴ أجـ = ب جـ ← ②

من ①، ② ∴ △ أب جـ متساوى الأضلاع

---

(٤٣) $\overleftrightarrow{د أ}$ ، $\overleftrightarrow{د ب}$ مماسان ، أب = أجـ

اثبت أن: $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة المارة بالنقط د ، ب ، أ



الحل: فى △ أب جـ ∵ أب = أجـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) ← ①

، ∵ $\overline{د أ}$ ، $\overline{د ب}$ قطعتان مماستان للدائرة

∴ د أ = د ب ، ∴ ق(∠د أ ب) = ق(∠د ب أ) ← ②

، ∵ ق(∠د أ ب) = ق(∠أ جـ ب) مماسية ومحيطية مشتركتان في ⌒أب ← ③

من ①، ②، ③ ∴ ق(∠د ب أ) = ق(∠أ ب جـ)

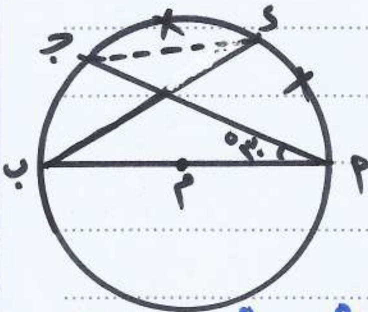
∴ ق(∠د) = ق(∠ب أ جـ)

∴ $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس للدائرة المارة بالنقط د ، ب ، أ



(٤٤) في الشكل: د منتصف ⌒أجـ ، $\overline{أب}$ قطر ، ق(∠أ) = ٣٠°

أوجد: ق(∠ب د جـ) ، ق(⌒أد) ، اثبت أن: $\overline{أب}$ // $\overline{جـ د}$



الحل: العمل: نرسم $\overline{د جـ}$

∵ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب د جـ) = ٣٠°

محيطيتان مشتركتان في ⌒ب جـ

∴ ق(⌒ب جـ) = ٦٠°

، ∵ $\overline{أب}$ قطر ∴ ق(⌒أب) = ١٨٠°

، د منتصف ⌒أجـ ∴ ق(⌒أد) = $\frac{١٨٠° - ٦٠°}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق(⌒أد) = ق(⌒ب جـ) = ٦٠°

∴ ق(∠د جـ أ) = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠° = ٣٠°

∴ ق(∠د جـ أ) = ق(∠جـ أ ب) = ٣٠° وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{جـ د}$

---

(٤٥) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{س ص}$ مماسات للدائرة م

اثبت أن: محيط △ أ س ص = ٢ أ ب

الحل: ∵ محيط △ أ س ص = أ س + أ ص + س ص

، ∵ س ص = س هـ + ص هـ

∴ محيط △ أ س ص = أ س + أ ص + س هـ + ص هـ ← (١)

، ∵ أ ب = أ س + س ب

، ∵ $\overline{س ب}$ ، $\overline{س هـ}$ قطعتان مماستان ∴ س ب = س هـ

∴ أ ب = أ س + س هـ ← (٢)

، ∵ أ جـ = أ ص + ص جـ

، ∵ $\overline{ص جـ}$ ، $\overline{ص هـ}$ قطعتان مماستان ∴ ص جـ = ص هـ

∴ أ جـ = أ ص + ص هـ ← (٣)

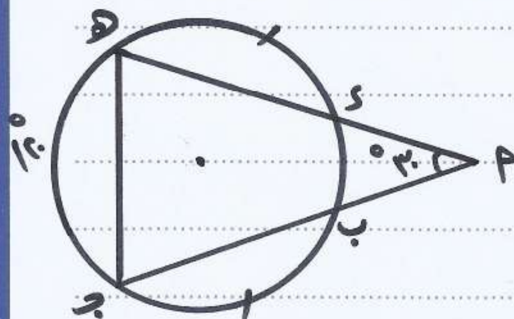
من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ محيط △ أ س ص = أ ب + أ جـ

، ∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة ∴ أ ب = أ جـ

∴ محيط △ أ س ص = ٢ أ ب



(٤٦) في الشكل: م(⌒ده) = م(⌒بج)، م(∠أ) = ٣٠°، م(⌒هج) = ١٢٠° أوجد: م(⌒دب) واثبت أن: أب = أد



الحل: م(⌒دب) = م(⌒جه) − ٢م(∠أ)

= ١٢٠° − ٢×٣٠° = ٦٠°

∵ م(⌒ده) = م(⌒بج)

بإضافة م(⌒بد) للطرفين

∴ م(⌒به) = م(⌒دج)

∴ م(∠ه) = م(∠ج) في △أجه

∴ أه = أج ← ①

∵ ده = بج ← ② (لأن م(⌒ده) = م(⌒بج))

بطرح ② من ① ∴ أه − ده = أج − بج

∴ أب = أد

---

(٤٧) أب، أج، أد مماسات

أب = (٢س − ٣) سم، أد = (ص − ٢) سم، أج = ١٥ سم

أوجد: س، ص

الحل: ∵ أب، أج مماسان للدائرة الصغرى

∴ أب = أج ← ①

∵ أج، أد مماسان للدائرة الكبرى

∴ أج = أد ← ②

من ①، ② ∴ أب = أج = أد

∴ ٢س − ٣ = ١٥　∴ ٢س = ١٨　∴ س = ٩

∵ ص − ٢ = ١٥　∴ ص = ١٧



(٤٨) $\overline{أب}$ قطر ، $\overleftrightarrow{جـ د}$ مماس ، هـ أ = هـ د
أوجد : ق ($\hat{جـ}$) ، ق ($\hat{أ}$)

الحل : العمل : نرسم $\overline{أد}$

البرهان : ∵ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري
∴ ق (∠ب أ د) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°
، ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق (∠أ د ب) = ٩٠°
∴ ق (∠د أ ب) = ٣٠°
، ∵ ق (∠جـ د ب) = ق (∠د أ ب) = ٣٠° مماسية ومحيطية تشتركان في $\overset{\frown}{د ب}$
، ق (∠د ب جـ) = ١٢٠° خارجة عن الشكل الرباعي الدائري
∴ ق ($\hat{جـ}$) = ١٨٠° − (١٢٠° + ٣٠°) = ٣٠° «أولاً»
في △ هـ أ د ∵ هـ أ = هـ د
∴ ق (∠هـ أ د) = ق (∠هـ د أ) = $\frac{١٨٠° - ١٢٠°}{٢}$ = ٣٠°
∴ ق ($\hat{أ}$) = ٣٠° + ٣٠° = ٦٠° «ثانياً»

---

(٤٩) $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس ، $\overline{م جـ}$ // $\overline{أب}$ ، د منتصف $\overline{هـ جـ}$
اثبت أن : ① أ د جـ ب رباعي دائري ② ق (∠هـ جـ و) = ق (∠د م جـ)

الحل : العمل : نرسم $\overline{هـ م}$
∵ د منتصف $\overline{هـ جـ}$ ∴ $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{هـ جـ}$ ∴ ق (∠أ د جـ) = ٩٠° ← ①
، ∵ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ مماس للدائرة م ∴ $\overline{م جـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ∴ ق (∠م جـ و) = ٩٠°
، ∵ $\overline{م جـ}$ // $\overline{أب}$ ∴ ق (∠أ ب جـ) = ق (∠م جـ و) = ٩٠° بالتناظر ← ②
من ① ، ② في الشكل أ د جـ ب
∵ ق (∠أ د جـ) + ق (∠أ ب جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°
∴ الشكل أ د جـ ب رباعي دائري
∵ ق (∠هـ جـ و) = $\frac{1}{2}$ ق (∠هـ م جـ) مماسية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{هـ جـ}$ ← ③
في △ م هـ جـ ∵ م هـ = م جـ = نق ، $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{هـ جـ}$ وينصفه
∴ $\overline{م د}$ ينصف ∠ هـ م جـ
∴ ق (∠هـ م د) = ق (∠د م جـ) ← ④
من ③ ، ④ ∴ ق (∠هـ جـ و) = ق (∠د م جـ)



(٥٠) $\overline{مجـ} // \overline{أب}$ اثبت أن : ب هـ > أ هـ

الحل : ∵ $\overline{مجـ} // \overline{أب}$

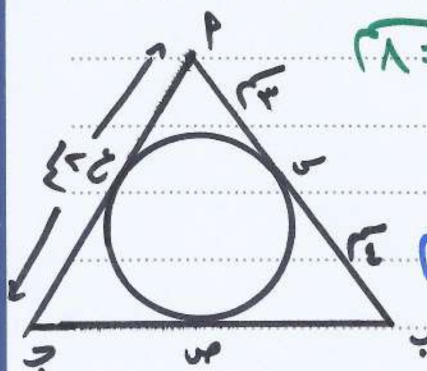
∴ ق (جـ م̂ أ) = ق (م أ̂ ب) بالتبادل ← ①

، ∵ ق (جـ ب̂ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (جـ م̂ أ) (محيطية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{أجـ}$) ← ②

من ① ، ② ∴ ق (جـ ب̂ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (م أ̂ ب)

في Δ هـ أ ب ∵ ق (هـ أ̂ ب) > ق (هـ ب̂ أ)

∴ ب هـ > أ هـ



(٥١) في الشكل : دائرة داخل المثلث أ ب جـ

فإذا كان : أ س = ٣سم ، س ب = ٤سم ، أ جـ = ٨سم

فأوجد : طول $\overline{بجـ}$ الحل :

∵ $\overline{أس}$ ، $\overline{أع}$ قطعتان مماستان للدائرة

∴ أ س = أ ع = ٣سم ∴ جـ ع = ٨ − ٣ = ٥سم

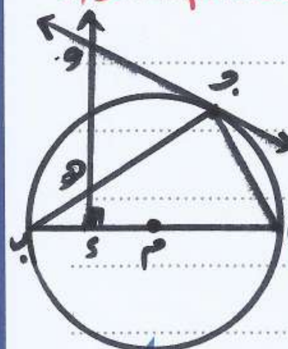
، ∵ $\overline{جـص}$ ، $\overline{جـع}$ قطعتان مماستان للدائرة

∴ جـ ص = جـ ع = ٥سم

، ∵ $\overline{بس}$ ، $\overline{بص}$ قطعتان مماستان للدائرة

∴ ب س = ب ص = ٤سم

∴ ب جـ = ٥ + ٤ = ٩سم



(٥٢) في الشكل : $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، $\overleftrightarrow{جـو}$ مماس ، $\overleftrightarrow{دو} \perp \overline{أب}$

اثبت أن : ① الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري . ② المثلث و جـ هـ متساوي الساقين .

الحل : ∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ∴ ق (أ جـ̂ ب) = ٩٠°

، ∵ $\overline{دهـ} \perp \overline{أب}$ ∴ ق (أ جـ̂ هـ) + ق (أ د̂ هـ) = ١٨٠°

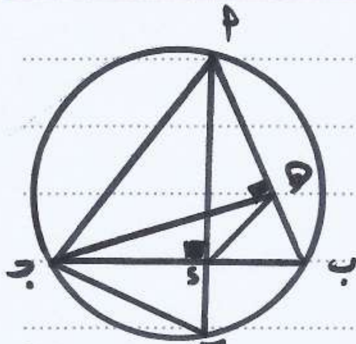
∴ الشكل أ د هـ جـ رباعي دائري

∴ ق (أ̂) = ق (جـ هـ̂ و) (خارجة تساوي المقابلة للمجاورة لها)

، ∵ ق (أ̂) = ق (ب جـ̂ و) محيطية ومماسية مشتركتان في $\overset{\frown}{جـب}$

∴ ق (جـ هـ̂ و) = ق (هـ جـ̂ و)

∴ و هـ = و جـ ∴ Δ و جـ هـ متساوي الساقين



(٥٣) في الشكل: جـهـ ⊥ أب ، أء ⊥ بجـ

أثبت أن: ① الشكل أ هـ ء جـ رباعي دائري

② جـء ينصف ∠ هـ جـ س

الحل: ∵ جـهـ ⊥ أب ∴ ق(∠جـ هـ أ) = ٩٠°

، ∵ أء ⊥ بجـ ∴ ق(∠أ ء جـ) = ٩٠°

∴ ق(∠جـ هـ أ) = ق(∠أ ء جـ) = ٩٠° (مرسومتان على أجـ وفي جهة واحدة منها)

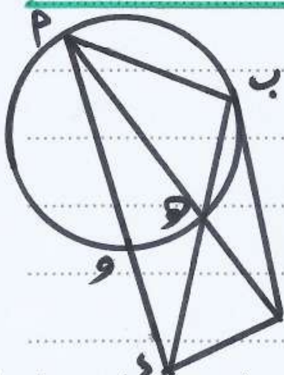
∴ الشكل أ هـ ء جـ رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠هـ أ ء) = ق(∠هـ جـ ء) زاويتان مرسومتان على هـء وفي جهة واحدة منها

، ∵ ق(∠ب أ س) = ق(∠ب جـ س) محيطيتان مشتركتان في ⌒ب س

∴ ق(∠هـ جـ ب) = ق(∠ب جـ س) (المطلوب ثانياً)

∴ جـب ينصف ∠ هـ جـ س



(٥٤) في الشكل: ب جـ مماس ، هـ منتصف ⌒ب و

أثبت أن: أ ب جـ ء رباعي دائري

الحل: ∵ هـ منتصف ⌒ب و

∴ ق(⌒هـ و) = ق(⌒ب هـ) ∴ ق(∠و أ هـ) = ق(∠ب أ هـ)

، ∵ ق(∠جـ ب هـ) المماسية = ق(∠ب أ هـ) المحيطية

∴ ق(∠جـ ب ء) = ق(∠جـ أ ء) وهما مرسومتان على جـء وفي جهة واحدة منها

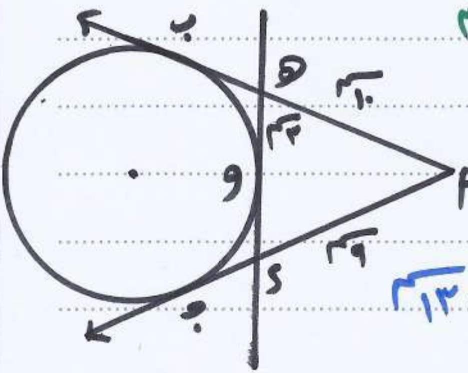
∴ أ ب جـ ء رباعي دائري

---

(٥٥) أب ، أجـ مماسان للدائرة ، هـء مماس للدائرة عند و

بحيث: أهـ = ١٠ سم ، هـ و = ٣ سم ، أ ء = ٩ سم

أوجد: طول هـء **الحل:**



∵ هـو ، هـب مماسان للدائرة ∴ هـو = هـب = ٣ سم

∴ أب = ١٠ + ٣ = ١٣ سم

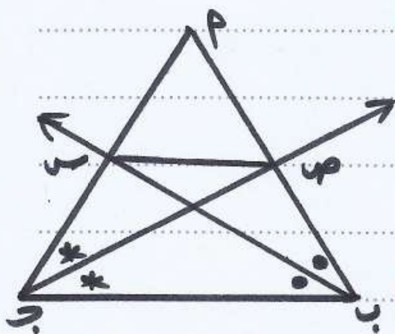
، ∵ أب ، أجـ مماسان للدائرة ∴ أب = أجـ = ١٣ سم

∴ جـ ء = ١٣ − ٩ = ٤ سم

، ∵ ءو ، ءجـ مماسان للدائرة ∴ ءو = ءجـ = ٤ سم

∴ هـ ء = ٣ + ٤ = ٧ سم

(٥٦) في الشكل: أ ب جـ مثلث فيه: أ ب = أ جـ ، $\overrightarrow{ب س}$ ينصف ∠ ب ، $\overrightarrow{جـ ص}$ ينصف ∠ جـ



اثبت أن: ① الشكل ب جـ س ص رباعي دائري.
② $\overleftrightarrow{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{ص س}$.

الحل:

في Δ أ ب جـ : ∵ أ ب = أ جـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب)

∴ $\frac{1}{2}$ ق(∠أ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠أ جـ ب)

∴ ق(∠ص ب س) = ق(∠ص جـ س) وهما مرسومتان على $\overline{ص س}$ وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل ب جـ س ص رباعي دائري (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠ب س ص) = ق(∠ب جـ ص) مرسومتان على $\overline{ب ص}$ وفي جهة واحدة منها

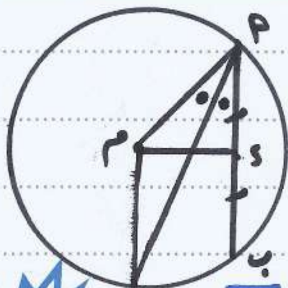
، ∵ ق(∠جـ ب س) = ق(∠ب جـ ص)

∴ ق(∠جـ ب س) = ق(∠ب س ص) وهما في وضع تبادل

∴ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{ص س}$ (المطلوب ثانياً)

---

(٥٧) في الشكل: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب



اثبت أن: ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب د)

الحل: ∵ $\overline{جـ د}$ ∩ $\overline{هـ و}$ = {أ}

∴ ق(∠هـ أ جـ) = ق(∠و أ د) بالتقابل بالرأس

، ∵ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠هـ أ جـ)
(محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{هـ جـ}$)

، ق(∠و ب د) = ق(∠و أ د) (محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{و د}$)

∴ ق(∠هـ ب جـ) = ق(∠و ب د)

---

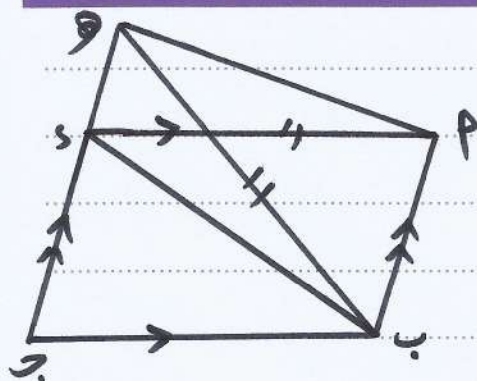
(٥٨) في الشكل: $\overline{أ ب}$ وتر ، $\overrightarrow{أ جـ}$ ينصف ∠ ب أ م ،
د منتصف $\overline{أ ب}$ اثبت أن: $\overline{د م}$ ⊥ $\overline{جـ م}$ **الحل:**

في Δ أ م جـ : ∵ أ م = م جـ = نق

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠أ جـ م) ، ∵ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠م أ جـ)

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠أ جـ م) وهما في وضع تبادل ∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ م}$

، ∵ د منتصف $\overline{أ ب}$ ∴ $\overline{م د}$ ⊥ $\overline{أ ب}$ ، ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ م}$ ∴ $\overline{د م}$ ⊥ $\overline{جـ م}$



(٥٩) في الشكل: أ ب جـ د متوازي أضلاع، ب هـ = أ د أثبت أن:

الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

الحل: ∵ أ ب جـ د متوازي أضلاع ∴ أ د = ب جـ

، ∵ ب هـ = أ د ∴ ب جـ = ب هـ

في △ ب جـ هـ: ∴ ق($\hat{جـ}$) = ق(ب $\hat{هـ}$ جـ)

، ∵ ق(ب $\hat{أ}$ د) = ق($\hat{جـ}$)

∴ ق(ب $\hat{أ}$ د) = ق(ب $\hat{هـ}$ د) وهما مرسومتان على $\overline{ب د}$ في جهة واحدة منها

∴ الشكل أ ب د هـ رباعي دائري

---

(٦٠) م دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ د}$ وتران متوازيان،
ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ٨٠° ، طول ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = طول($\overset{\frown}{أ ب}$)

أوجد: ① ق(م $\hat{أ}$ ب).
② ق($\overset{\frown}{جـ د}$). ③ طول ($\overset{\frown}{جـ د}$).

الحل: ∵ طول ($\overset{\frown}{أ جـ}$) = طول($\overset{\frown}{أ ب}$)

∴ ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق($\overset{\frown}{أ ب}$) = ٨٠°

∴ ق(أ $\hat{م}$ ب) = ٨٠°

، ∵ م أ = م ب = نق ∴ △ م أ ب متساوي الساقين

∴ ق(م $\hat{أ}$ ب) = ق(م $\hat{ب}$ أ) = ٥٠°

، ∵ $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$ ∴ ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) = ق($\overset{\frown}{ب د}$) = ٨٠°

، ∵ ق($\overset{\frown}{جـ د}$) + ق($\overset{\frown}{أ جـ}$) + ق($\overset{\frown}{أ ب}$) + ق($\overset{\frown}{ب د}$) = ٣٦٠°

∴ ق($\overset{\frown}{جـ د}$) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٨٠° + ٨٠°) = ١٢٠°

∴ طول ($\overset{\frown}{جـ د}$) = $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ π نق

= $\frac{١٢٠°}{٣٦٠°}$ × ٢ × ٣,١٤ × ١٥

= ٣١,٤ سم



(٦١) أب جـ د هـ خماسي منتظم مرسوم داخل الدائرة م ، $\overleftrightarrow{أس}$ ، $\overleftrightarrow{هـس}$ مماسان

أوجد: ① ق($\overset{\frown}{أهـ}$) ② ق($\hat{س}$ أ س هـ).

الحل:

العمل: نرسم $\overline{مأ}$ ، $\overline{مهـ}$

∵ أب جـ د هـ خماسي منتظم

∴ أب = ب جـ = جـ د = د هـ = أهـ

∴ ق($\overset{\frown}{أب}$) = ق($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ق($\overset{\frown}{جـ د}$) = ق($\overset{\frown}{د هـ}$) = ق($\overset{\frown}{أهـ}$)

∵ قياس الدائرة = $360°$ ∴ ق($\overset{\frown}{أهـ}$) = $\frac{360°}{5}$ = $72°$ (أولاً)

، ∵ ق($\overset{\frown}{أهـ}$) = $72°$ ∴ ق($\hat{م}$ أ م هـ) = $72°$

∵ $\overleftrightarrow{أس}$ مماس ∴ ق(∠م أ س) = $90°$

، ∵ $\overleftrightarrow{هـس}$ مماس ∴ ق(∠م هـ س) = $90°$

في الشكل الرباعي م أ س هـ

∴ ق($\hat{س}$ أ س هـ) = $360° - (72° + 90° + 90°)$ = $108°$ (ثانياً)

---

(٦٢) أب جـ مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة ، أد = د هـ

اثبت أن: △ أ د هـ متساوي الأضلاع

الحل: ∵ △ أب جـ متساوي الأضلاع

∴ ق($\hat{ب}$) = $60°$

∴ ق($\hat{د}$) = ق($\hat{ب}$) = $60°$ محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{أد}$

∵ △ أ د هـ متساوي الساقين

∴ ق(∠د أ هـ) = ق(∠د هـ أ) = $60°$

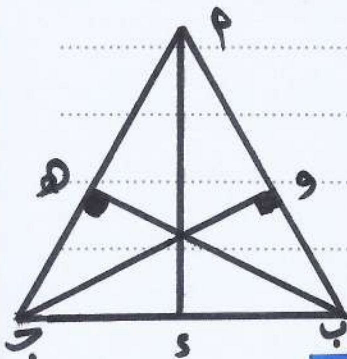
∴ △ أ د هـ متساوي الأضلاع



(٦٣) فى الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث ، $\overline{بهـ} \perp \overline{أجـ}$ ، $\overline{جـو} \perp \overline{أب}$

$\overleftrightarrow{أم} \cap \overleftrightarrow{بجـ} = \{ء\}$

* اثبت أن: الشكل م ء جـ هـ رباعى دائرى



الحل: ∵ $\overline{بهـ} \perp \overline{أجـ}$ ، $\overline{جـو} \perp \overline{أب}$

، ∵ $\overline{بهـ} \cap \overline{جـو} = \{م\}$

∴ م نقطة تلاقى أعمدة Δ أ ب جـ

، ∵ $\overline{أء}$ تمر بالنقطة م ∴ $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$

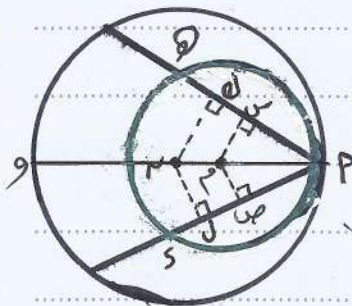
∴ ق(∠م ء جـ) + ق(∠م هـ جـ) = ١٨٠°

∴ الشكل م ء جـ هـ رباعى دائرى

---

(٦٤) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل فى أ رسم $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة الكبرى فقطعا الصغرى فى ء ، هـ على الترتيب

* اثبت أن: أء = أهـ



الحل:

العمل: نرسم $\overline{نك} \perp \overline{أجـ}$ ، $\overline{نل} \perp \overline{أب}$ ،

$\overline{مس} \perp \overline{أهـ}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أء}$

البرهان: ∵ $\overline{نك} \perp \overline{أجـ}$ ، $\overline{نل} \perp \overline{أب}$

، أب = أجـ ∴ نك = نل

فى ΔΔ أ ن ك ، أ ن ل فيهما { ق(∠أ ك ن) = ق(∠أ ل ن) = ٩٠° ، ن ك = ن ل ، أ ن ضلع مشترك

∴ Δ أ ن ك ≡ Δ أ ن ل وينتج أن:

ق(∠م أ س) = ق(∠م أ ص)

فى ΔΔ أ م س ، أ م ص فيهما { ق(∠أ س م) = ق(∠أ ص م) = ٩٠° ، ق(∠م أ س) = ق(∠م أ ص) ، أ م ضلع مشترك

∴ Δ أ م س ≡ Δ أ م ص وينتج أن: م س = م ص

∵ $\overline{مس} \perp \overline{أهـ}$ ، $\overline{مص} \perp \overline{أء}$ ، م س = م ص

∴ أهـ = أء



(٦٥) هـ منتصف م ن ، الدائرتان م ، ن متطابقتان

اثبت أن: ① أ ب = جـ د . ② هـ منتصف $\overline{أد}$.

الحل: العمل: نرسم $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$

البرهان: في △△ هـ س م ، هـ ص ن

فيهما { ق(∠م س هـ) = ق(∠ن ص هـ) = ٩٠°
هـ م = هـ ن
، ق(∠س هـ م) = ق(∠ص هـ ن) بالتقابل بالرأس }

∴ △ هـ س م ≡ △ هـ ص ن

وينتج أن: م س = ن ص ، ∵ م ، ن دائرتان متطابقتان

، $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$ ، م س = ن ص

∴ أ ب = جـ د ← أولاً

، ∵ $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ∴ س منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{ن ص} \perp \overline{جـ د}$ ∴ ص منتصف $\overline{جـ د}$

، ∵ أ ب = جـ د ∴ $\frac{1}{2}$ أ ب = $\frac{1}{2}$ جـ د

∴ س ب = جـ ص (ولكن هـ س = هـ ص) من التطابق

بالطرح ∴ ب هـ = جـ هـ

∴ هـ منتصف $\overline{أد}$ ← ثانياً

مع خالص تمنياتي لكم بدوام التوفيق والنجاح

م/ محمد متولي عبد الجليل

ذاكرولي RaNia SaYed

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

ذاكرولي RaNia SaYed

